William Stanley Jevons

LÓGICA PURA, O LA LÓGICA DE LA CUALIDAD SEPARADA DE LA CANTIDAD; CON OBSERVACIONES SOBRE EL SISTEMA DE BOOLE Y LA RELACIÓN ENTRE LÓGICA Y MATEMÁTICAS

Traducción de:
José Manuel Orozco Inés

@ Libro corregido por Sofia Dominguez Barrera.
@ Los autores de las colaboraciones son responsables de los contenidos expresados en los mismos.
@ Las fuentes utilizadas para la presente traducción forman parte del Google Books Library Project y pueden consultarse en: https://www.zotero.org/groups/ftrwsjevons y https://osf.io/3gba9
@ ISBN-13: 978-84-128872-0-4.
@ Servicios Académicos Intercontinentales S.L.
@ eumed.net
@ Mayo 2024.

William Stanley Jevons

Lógica pura, o la lógica de la cualidad separada de la cantidad; con observaciones sobre el sistema de Boole y la relación entre lógica y matemáticas

Traducción de

José Manuel Orozco Inés

PRÓLOGO DEL TRADUCTOR A LA EDICIÓN EN ESPAÑOL

William Stanley Jevons (1835-1882) es uno de los fundadores de lo que en la historia del pensamiento económico se denomina *marginalismo*, el cual comprende los siglos XIX y XX, y constituye un *corpus* de ideas heterogéneas, a veces contradictorias, pero estrechamente relacionadas con el concepto de *utilidad marginal*, que tiene su antecedente en la filosofía utilitarista. Además de la subjetividad del individuo como fundamento del valor económico, destaca la predominancia del método deductivo para descubrir verdades económicas, en el caso de Carl Menger, o del método matemático, con León Walras.

Jevons es conocido por sus trabajos en teoría económica y economía empírica, especialmente por la construcción de números índice, aplicaciones de la estadística y de otros conceptos matemáticos en economía. Como *Money and the Mechanism of Exchange* (1875), un estudio teórico, apoyado en datos históricos y estadísticos, de los sistemas de intercambio monetario; *Investigations in Currency and Finance* (1884), su obra póstuma o una antología de ensayos económicos que abarcan 20 años de su vida; y el libro que dio origen al marginalismo: *The Theory of Political Economy* (1871).

Con 218 trabajos publicados, según el *Journal of the History of Economic Thought*, que versan sobre temas tan variados, como meteorología, química y geología, y más tarde economía, lógica y filosofía de la ciencia, es evidente que fue prolífico en múltiples áreas.

Por su epistemología de las matemáticas, en un principio compartió el pensamiento que llevaría al *logicismo*, y por su epistemología de la ciencia, algunos lo consideran precursor del *empirismo* o *positivismo lógico*. En esta obra, afirma que existe una total analogía entre lógica y matemáticas, critica el *atuendo matemático* de la lógica booleana y asegura que las matemáticas derivan de la lógica. Más tarde, Rudolf Carnap colocaría esta idea, con su escrito *Die logizistische Grundlegung der Mathematik* (1931), dentro de la tesis logicista. Sin embargo, al no existir esa supuesta total analogía, hay algunos errores en la notación de los operadores que se decidieron conservar y que, a causa de críticas posteriores, Jevons logró reconocer. Es especialmente claro en el uso del operador $+$ para las disyunciones no exclusivas, citadas en su primera objeción al sistema booleano.

En esta obra se ha decidido conservar la organización de la original, en lo que respecta a la numeración de párrafos y sus títulos, pues a menudo hacen referencia a leyes o definiciones citadas en secciones posteriores. Además, se han sustituido algunas expresiones del autor por símbolos matemáticos, y se ha optado por una notación más conveniente en el caso de la negación de términos ($\neg$) y la distinción de términos ($\neq$).

La obra original forma parte, como primer libro, de *Pure Logic and Other Minor Works* (1890), que es el equivalente a sus *Investigations*, pero en el ámbito de la lógica. La presente traducción se realizó desde la primera edición, publicada en 1864 (que no difiere sustancialmente de la versión incluida en 1890), en donde ya describe la *pizarra lógica*, técnica que lo llevó a la construcción de su *piano lógico*, una de las primeras máquinas para hacer inferencias y la primera en implementar la lógica booleana.

JOSÉ MANUEL OROZCO INÉS

INTRODUCCIÓN

El propósito de este trabajo es demostrar que la lógica adquiere un nuevo grado de simplicidad, precisión, generalidad y poder cuando, al compararse, las cualidades son tratadas por separado y sin ninguna referencia a las cantidades.

1. *La extensión e intención del significado*. Los lógicos saben que un término debe considerarse con respecto, tanto a las cosas individuales que *denota*, como a las cualidades, circunstancias o atributos que *connota*, o sugiere como pertenecientes a esas cosas. El número de individuos denotados constituye la amplitud o *extensión* del significado del término; las cualidades o atributos connotados constituyen la profundidad, comprensión o *intención* del significado del término. La extensión e intención del significado, sin embargo, están estrechamente relacionadas y de manera recíproca; cuanto mayor sea el número de cualidades que connota un término, en general, menor será el número de individuos que puede denotar. La dimensión del significado está dada, por así decirlo, luego es seguida por otra, y no puede ser dada o tomada a voluntad.

2. *La combinación usual de la expresión.* En general, los lógicos han pensado que una proposición debe expresar las relaciones de extensión e intención de los términos al mismo tiempo y bajo la misma perspectiva. Los sistemas lógicos deducidos desde tal punto de vista, al compararse con el sistema que podría haberse obtenido de otra manera, parecen carecer de simplicidad y generalidad.

3. *La necesaria separación.* Aquí se sostiene que *una proposición expresa el resultado de la comparación y juicio sobre la igualdad o diferencia del significado de los términos, ya sea en la intención o en la extensión del significado*. El juicio en una dimensión del significado, sin embargo, no es independiente del juicio en la otra. Es solo el juicio y el razonamiento en una dimensión lo que se expresa adecuadamente en un sistema simple. El juicio y el razonamiento en la otra dimensión estarán y deben estar implícitos. Pueden ser expresados en un sistema numérico o cuantitativo que corresponda al sistema cualitativo, pero su expresión en el mismo sistema les restará simplicidad.

No deseo expresar aquí ninguna opinión sobre la naturaleza del sistema lógico en extensión, ni tampoco sobre su conexión precisa con el sistema puro de la lógica de lo cualitativo.

4. *El sistema primario*. Si consideramos por separado el razonamiento de la cualidad y de la cantidad, en la intención o extensión del significado, parece obvio que la comparación de las cosas en cuanto a cualidad, con respecto a todos sus puntos de igualdad y diferencia, resulte en el sistema más fundamental y general de razonamiento. Incluso, parece probable que dicho sistema deba comprender todos los tipos posibles y concebibles de razonamiento, pues abarca cada aspecto de las cosas susceptible de igualarse o diferir. Es probable que todo razonamiento se fundamente en las leyes de igualdad y diferencia que conforman la base del siguiente sistema.

5. *La tarea actual*. Mi tarea actual, sin embargo, es demostrar que *todos los procesos ordinarios de la lógica, y aún más que estos, pueden ser combinados en un sistema fundado únicamente en la comparación de la cualidad, sin referencia a la cantidad lógica*.

6. *La relación con la lógica booleana.* Antes de continuar, debo reconocer que este sistema se basa, en gran medida, en el del profesor Boole, como se indica en su admirable y sumamente original *Mathematical Analysis of Logic*[1]. De hecho, las formas de mi sistema pueden ser alcanzadas al despojar a su sistema de ese atuendo matemático que, por decir lo menos, no es propiamente esencial. Al restaurar la simplicidad del propio sistema se puede inferir que, no es que la lógica sea una parte de las matemáticas, como casi se asume en los escritos del profesor Boole, sino que más bien las matemáticas son derivadas de la lógica. Todas las interesantes analogías o similitudes entre el razonamiento lógico y matemático que se puedan señalar, ciertamente se invierten al hacer que la lógica dependa de las matemáticas.

[1] Boole, George. *An investigation of the Laws of Thought*. London: LLD, 1854.

CAPÍTULO 1

DE LOS TÉRMINOS

7. *De las cosas y sus nombres*. *La lógica pura surge al comparar la igualdad o diferencia de las cosas en cualquier cualidad o circunstancia.*

En el discurso nos referimos a las cosas mediante el uso de marcas, nombres o términos que son, por así decirlo, los medios por los cuales la mente comprende y retiene los pensamientos sobre estas. Por lo tanto, el pensamiento correcto acerca de las cosas se convierte en el uso correcto de los nombres en el discurso. La lógica, al ocuparse únicamente de los nombres, determinando las relaciones de igualdad y diferencia de sus significados, indirectamente se ocupa, como solo puede hacerlo, de la igualdad y diferencia de las cosas.

8. *El significado del nombre.* Un término tomado en intención tiene como significado toda la serie infinita de cualidades y circunstancias que una cosa posee. De estas cualidades o circunstancias, algunas pueden ser conocidas y formar la descripción o definición del significado, pero la infinidad restante es desconocida.

En efecto, entre las circunstancias de una cosa está el hecho de que sea denotada por un nombre dado; pero podemos hablar de una cosa, de la cual solo el nombre es conocido, como si tuviera un *nombre de significado desconocido*.

El significado de cada nombre, entonces, es desconocido o más o menos conocido. Pero podemos referirnos a un término que es más o menos conocido simplemente como *conocido*.

9. *El infinito número de cualidades*. Entre las cualidades y circunstancias de una cosa, se debe considerar todo lo que se pueda decir de ella, ya sea afirmativa o negativamente. Cualquier posible cualidad o circunstancia que se pueda pensar se aplica o no se aplica a la cosa dada, por lo tanto, forma afirmativa o negativamente una cualidad o circunstancia de esta. Entonces, en cuanto a las cosas, puede haber un número infinito de declaraciones o cualidades predicadas.

10. *La relación de significados*. Cuando asignamos un nombre a una cosa, con conocimiento y consideración de ciertas de sus cualidades o circunstancias, ese nombre es igualmente el nombre de las cosas que tengan exactamente las mismas cualidades y circunstancias conocidas. No hay nada en el nombre que lo determine a una cosa en particular en lugar de otra. Por ende, este nombre debe ser el nombre en *extensión* de alguna y de todas las cosas que coincidan en las cualidades o circunstancias que forman su significado conocido en *intención* y en este sistema.

11. *El significado actual*. Aunque es importante señalar que todos nuestros nombres o términos tienen una cantidad universal cuando se consideran en extensión, debe entenderse y tenerse constantemente en mente que, cualquier referencia adicional al significado de un término, en extensión o cantidad de individuos, queda excluida de estas páginas.

El único significado actual y primario de un nombre o término es un conjunto determinado de cualidades, atributos, propiedades o circunstancias de una cosa desconocida o parcialmente conocida.

12. *Definición de «término»*. El *término* se utilizará para designar el *nombre* o la combinación de nombres y palabras que describan las cualidades y circunstancias de una cosa.

13. *La generalidad de nuestros términos*. Los términos de este sistema pueden usarse para expresar cualquier combinación de igualdades y diferencias en cualidad, tipo, atributo, circunstancia, número, magnitud, grado, cantidad, oposición o distancia en el tiempo o en el espacio. Por consiguiente, un término puede representar las cualidades de una cosa o persona en toda la complejidad de su existencia real, tan bien y completamente definida que no podemos suponer que hay, o es probable que haya, dos cosas iguales en tantas circunstancias. Un término así correspondería a los nombres *singulares*, *propios*, *no atributivos* o *no connotativos* de la lógica antigua. Dichos nombres no están excluidos de este sistema, y aquí se sostiene que la antigua distinción entre nombres *connotativos* y *no connotativos* es completamente errónea e infundada. Si hay alguna distinción que hacer es que, los términos singulares, propios o llamados no connotativos, están más llenos de connotación o significado en intención o cualidad que los otros, en lugar de estar desprovistos de tal significado.

14. *La condición de igualdad del significado*. Como la lógica solo considera las relaciones de significado de los términos, tal como se expresan dentro de un razonamiento, el significado particular de un término no tiene importancia, siempre que *el mismo término tenga el mismo significado en el transcurso de cualquier razonamiento*.

Así, en lugar de sustantivos y adjetivos, a cada uno de los cuales se les asigna un significado particular en el discurso común, usaremos ciertas letras: A, B, C, D ... U, V ..., cada una de las cuales representa un *término* o *significado*, siempre bajo la condición anteriormente mencionada.

15. *Los términos conocidos y desconocidos*. Nuestros términos A, B, C, ..., al igual que los términos del discurso común, pueden ser conocidos o desconocidos en su significado. *Es tarea de la lógica demostrar qué relaciones de igualdad y diferencia entre términos conocidos y desconocidos pueden hacer que los términos desconocidos sean conocidos*.

Si no fuera por explicar *ignotum per ignotius*, podríamos decir que *la lógica es el álgebra de los tipos o cualidades, o el cálculo de las cualidades conocidas y desconocidas,* como el álgebra (más estrictamente hablando, la *aritmética universal,* que no reconoce cantidades esencialmente negativas) es el cálculo de las cantidades conocidas y desconocidas.

16. *Los símbolos de significado claro*. Hay que tener en cuenta que las letras A, B, C, ..., así como los signos $+$, 0, $=$, que se introducirán más adelante, no son símbolos en absoluto misteriosos. El término A, por ejemplo, es simplemente una abreviatura conveniente para

cualquier término o conjunto de términos del lenguaje, como «Rojo» o «Los caballeros comisionados para desempeñar el cargo de Lord Alto Almirante de Inglaterra».

De nuevo, el signo $+$ es meramente una marca que se sustituye, con el fin de dar claridad, por las conjunciones del lenguaje común *y*, *o*... *o*, *o*, etcétera. La marca $=$ es simplemente la cópula *es*, o *igual que*, o algún equivalente. El significado de 0, sea cual sea exactamente, también puede expresarse en palabras. En consecuencia, en este sistema no hay más simbolismo ni misterio que el que existe en el lenguaje común.

CAPÍTULO 2

DE LAS PROPOSICIONES

17. *Definición de «proposición». Una proposición es una declaración sobre la igualdad o diferencia del significado de dos términos*, es decir, la igualdad o diferencia de las cualidades y circunstancias connotadas por cada término.

18. *La proposición afirmativa o negativa*. Según establezca una proposición la *igualdad* o la *diferencia*, se le denomina *afirmativa* o *negativa*.

19. *El propósito de la proposición. El propósito o uso de una proposición es dar a conocer el significado de un término que de otra manera sería desconocido*.

20. *Verdad o falsedad de la proposición*. Se dice que una proposición es verdadera cuando los significados de sus términos son iguales o diferentes; de lo contrario, se llama falsa o no verdadera. Como la lógica solo trata las cosas a través de términos, bajo la condición del significado de estos (§ 14), no puede determinar si una proposición es verdadera o falsa, excepto si dos o más proposiciones son o no verdaderas juntas.

21. *La notación de la proposición afirmativa*. Denotamos mediante la cópula *es*, o por la marca $=$, la igualdad del significado de los términos en ambos lados de una proposición.

Por el momento solo hablaremos de proposiciones afirmativas, que son las de mayor importancia; y mientras no se especifique lo contrario, se puede suponer que una *proposición* se trata de una *proposición afirmativa*.

22. *Conversión de proposiciones: una proposición es simplemente convertible*. Las proposiciones $A = B$ y $B = A$ son la misma declaración; cualquiera de los términos A y B tiene el mismo significado, indistinguible excepto por el nombre.

Esta simple conversión comprende, tanto la propia *conversión simple*, como la *conversio per accidens* de la lógica clásica.

23. *Un término conocido a partir de una proposición. Una proposición y un término conocido pueden hacer que un término desconocido sea conocido.*

A partir de $A = B$, en la medida en que conocemos B, es decir, que conocemos su significado, podemos conocer A; y en la medida en que conocemos A, podemos conocer B.

Por ende, conocemos de igual manera ambos lados de una proposición y cualquier cosa que sepamos de uno u otro. Lo mismo podría decirse del conocimiento incierto u oscuro.

24. *Exclusión de proposiciones idénticas y carentes de utilidad*. En cambio, una proposición entre dos términos cuyos significados sean conocidos por ser iguales o diferentes carece de utilidad, ya que no puede cumplir la función de una proposición (§ 19). Tal es el caso de cualquier proposición entre un término y sí mismo, como $A = A$, $B = B$ (§ 14). Estas proposiciones carentes de utilidad se llaman *identidades*, declaran la condición de todo razonamiento, y las conocemos sin necesidad de ser declaradas.

Una proposición repetida o convertida (§ 22) también carece de utilidad, excepto por la mera conveniencia para la memoria o para su rápida comprensión.

Capítulo 3

De la inferencia directa

25. *La ley de equivalencia*. Es inherente a la naturaleza del pensamiento y de las cosas, que *aquellas cosas que son iguales a una misma cosa sean iguales entre sí*.

En pocas palabras, *si lo mismo es igual a lo mismo, es porque es lo mismo*.

Por lo tanto, la primera ley de la lógica es: *los términos que tienen el mismo significado que un mismo término, tienen el mismo significado entre sí*.

Esta ley, obviamente, es análoga al primer axioma de Euclides, o a la noción ordinaria de que *las cosas que son iguales a la misma cosa son iguales entre sí*. Se dice que las cosas son iguales si tienen la *misma magnitud*, pero lo que es cierto de tal igualdad, también lo es de la igualdad en los demás aspectos donde las cosas sean susceptibles de igualarse o diferir. La ley geométrica de Euclides es solo un caso especial de esta ley general.

26. *El significado de las leyes de la lógica*. La lógica opera con leyes y está regida por estas. La lógica debe tratar a los nombres como el pensamiento trata a las cosas. Además, las leyes de la lógica establecen ciertas *similitudes* o uniformidades en nuestras formas de pensar, y son verdades autoevidentes.

27. *Prueba y definición de «inferencia directa». Cuando dos proposiciones afirmativas son iguales en un miembro, se puede afirmar que los otros miembros también son iguales.*

A partir de $A = B$ y $B = C$, que son iguales en el miembro B, podemos formar la nueva proposición $A = C$. Ya que al afirmarse que A y C son iguales a B, se puede afirmar, según la ley de equivalencia, que A y C son iguales entre sí.

Se dice que una proposición obtenida por la ley de equivalencia se obtiene por *inferencia directa*.

28. *Definición de «premisa»*. Las proposiciones a partir de las cuales se hace una inferencia se llaman *premisas*, y están dadas o se aceptan como la base del razonamiento. La lógica no se preocupa por la verdad o falsedad de las premisas o de la inferencia, excepto en lo que respecta a la verdad o falsedad de una en relación con la otra (§ 20, 37).

29. *Definición de «expresión»*. La *expresión* de un término consiste en cualquier otro término que, mediante las premisas, sabemos que tiene el mismo significado.

30. *Definición de «eliminación»*. Al inferir una nueva proposición a partir de dos premisas, se dice que *eliminamos* o removemos el miembro que es igual en ambas.

De dos premisas solo podemos eliminar un término e inferir una nueva proposición. Al decir que *podemos*, no significa que siempre se pueda hacer.

31. *Definición de «proposiciones relacionadas»*. Se dice que las proposiciones están *relacionadas* si tienen un miembro en común, o si están relacionadas así con otras proposiciones, y así sucesivamente.

En otras palabras, se dice que cualquier par de proposiciones está relacionado si forma parte de una serie o cadena de proposiciones, en la cual cada una está relacionada con la o las adyacentes.

32. *Definición de «términos relacionados»*. Se dice que los términos están *relacionados* cuando aparecen en una misma proposición o en cualquier proposición relacionada.

33. *El uso del silogismo. A partir de dos premisas relacionadas y un término conocido, podemos conocer dos términos desconocidos y nada más.*

A partir de $A = B$ y $B = C$, se pueden conocer cualesquiera dos términos A, B o C, siempre que se conozca el tercero.

34. *Las series de premisas*. *A partir de cualquier serie de premisas relacionadas y un término conocido, podemos conocer tantos términos desconocidos como número de premisas haya*. Así, a partir de $A = B = C = D = E = F$, podemos conocer cualquiera de los cinco términos si se conoce el sexto, porque cada proposición útil puede hacer que un término desconocido sea conocido (§ 19). Entre cada dos premisas adyacentes un término puede ser eliminado, volviéndose conocido en una de las premisas y haciendo que otro término sea conocido en la otra. Al final debe quedar una sola proposición que contenga dos términos, cada uno de los cuales aparezca en una sola premisa.

35. *El número de términos y premisas relacionadas. El número de premisas relacionadas debe ser el número de términos diferentes menos uno*. Si es menor, no todas las proposiciones pueden estar relacionadas; si es mayor, algunas premisas deben de carecer de utilidad, porque deben encontrarse entre términos que son iguales por inferencia.

Cabe señalar que los sistemas de proposiciones matemáticas o ecuaciones con cantidades conocidas y desconocidas son perfectamente análogos, en sus propiedades, a las proposiciones lógicas.

36. *Términos y premisas irrelevantes*. Cuando una premisa relacionada contiene un término o miembro que es irrelevante para el propósito del razonamiento, este término se elimina al descartar la premisa; es decir, por cada premisa descartada se elimina un término. En lo que respecta a las premisas relacionadas, no relacionadas y sus términos, el *descarte* de los términos y premisas irrelevantes puede considerarse un proceso de eliminación que acompaña a todo pensamiento.

37. *Ciencia de la ciencia. La inferencia es el juicio de los juicios y establece la igualdad de las igualdades.*

Cuando comparamos A con B y B con C, y juzgamos que $A = B$ y $B = C$, obtenemos *ciencia*, o un conocimiento razonado de las cosas, que se distingue del mero conocimiento sensorial o de los sentimientos. Pero cuando juzgamos que los juicios $A = B = C$ son iguales en lo que respecta a A y C, con el juicio $A = C$, obtenemos *ciencia de la ciencia*.

Aquí está el verdadero dominio de la lógica, llamado durante mucho tiempo *Scientia Scientiarum.* Por consiguiente, la lógica no se preocupa por la verdad de las proposiciones *per se* (§ 20), sino solo por la verdad de una en función de las otras.

Ciencia de la ciencia	$\{A = B = C\}$	$=$	$\{A = C\}$	Razonamiento
Ciencia	$A = B$		$B = C$	Juicio
Cosas	A	B	C	Aprehensión

38. *Forma y materia*. Aquí encontramos el claro significado de la distinción entre *forma y materia del pensamiento*.

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Igualdad de las igualdades} & = & \text{Forma} \\ \text{Igualdad de las cosas} & = & \text{Materia/Forma} \\ \text{Cosas} & = & \text{Materia} \end{array}\right\} \text{ del pensamiento}$$

CAPÍTULO 4

DE LA COMBINACIÓN DE TÉRMINOS

39. *La adición de significados*. En el discurso, cuando se colocan varios nombres juntos, uno al lado del otro, el significado del término conjunto a veces es la suma de los significados de los términos por separado[2].

Así que, en nuestro sistema, *cuando se colocan dos o más términos juntos, el término conjunto debe tener como significado la suma de los significados de los términos por separado*. Estos deben considerarse en conjunto, como si fueran uno.

40. *Definición de «combinación»*. Los términos colocados juntos formarán, con respecto a cualquiera de esos términos por separado, una *combinación* o *término combinado*. Con respecto a todos los demás simplemente formarán un *término*. Por lo tanto, se debe recordar que el significado de cualquier término singular A, B, C, ..., no es más singular que el de una combinación.

41. *El orden de la combinación es indiferente*. *El significado de una combinación de términos es el mismo, independientemente del orden en que se combinen los términos*.

De modo que, $AB = BA$; $ABCD = BACD = DCAB$, y así sucesivamente.

Pues el orden de los términos solo puede afectar, a lo sumo, el orden en que los pensamos, porque en las cosas mismas no hay tal orden de cualidades y circunstancias[3].

42. *La ley de la simplicidad*. *La combinación de un término consigo mismo tiene el mismo significado que el término por sí solo*.

Por consiguiente, $AA = A$, $AAA = A$, y así sucesivamente.

Incluso, una combinación de términos no se altera al combinarse con el todo o con cualquiera de sus partes. Por ende, $ABCD = ABCD.BCD = A.BB.CC.DD = ABCD$, ya que, $BB = B$, $CC = C$, $DD = D$.

La coalescencia de términos iguales en la combinación debe estar constantemente presente en la mente del lector.

Esta importante y autoevidente ley de la lógica, fue considerada por primera vez por el profesor Boole, quien señalaba: «Decir "bueno, bueno", en relación con cualquier tema, aunque sea un pleonasmo molesto e inútil, es lo mismo que decir "bueno"»[4].

El profesor Boole le dio a esta ley el nombre de *ley de la dualidad*. Pero como este nombre, por un lado, no es especialmente apropiado para expresar el hecho general: AAAAA ... $= A$,

---

[2] Solo se considera este tipo de término combinado, asumiendo que, bajo una ley más amplia, *las mismas partes relacionadas de la misma manera producen el mismo resultado*. Únicamente así el sistema de Jevons puede abarcar el razonamiento ordinario, a excepción del sistema del profesor De Morgan; aunque es evidente que en la mayoría de las relaciones el orden no es indiferente (N. del T.).

[3] *Ibid*., p. 30.

[4] *Ibid*., p. 32.

y, por otro lado, es especialmente adecuado para expresar el hecho: $\mathrm{A} = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b$ (§ 99), me he atrevido a cambiar el nombre y proponer uno nuevo.

43. *El grado de la cualidad*. En los términos utilizados en la ley anterior no se hizo alusión al *grado de la cualidad*. Cuando se requiera, cada grado de la cualidad podrá tratarse en un término separado que contenga, como parte de su significado, los demás grados menores. Dos o más grados de una misma cualidad en la combinación lógica producen, por tanto, el mayor de esos grados.

44. *Ley de las mismas partes y de los todos resultantes*. Es inherente a la naturaleza del pensamiento y de las cosas, que *cuando se unen las mismas cualidades con las mismas cualidades, los todos resultantes sean los mismos*.

Por lo tanto, la ley de la lógica es: *los mismos términos combinados con los mismos términos, dan como resultado los mismos términos combinados*.

Así, dado que $\mathrm{A} = \mathrm{A}$ y $\mathrm{B} = \mathrm{B}$, entonces $\mathrm{AB} = \mathrm{BA} = \mathrm{AB}$.

Esta ley, autoevidente, es un caso más general del segundo axioma de Euclides. Tal vez se pueda expresar de manera más breve de la siguiente manera: *las mismas partes producen los mismos todos.*

45. *Inferencia por combinación*. *Cuando se combinan los mismos términos con los dos miembros de una premisa, las combinaciones resultantes pueden declararse iguales en una nueva proposición que será verdadera junto con la premisa*.

Lo que es cierto de términos obviamente iguales, como A, A, o B, B, también debe ser cierto de términos iguales en significado en una premisa. Por consiguiente, a partir de $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, podemos inferir que $\mathrm{AC} = \mathrm{BC}$ al combinar C con cada A y B.

Dado que el número de posibles términos que pueden combinarse con los términos de una premisa es infinito, se pueden hacer de la premisa una cantidad infinita de inferencias por combinación.

46. *La combinación de proposiciones*. Las inferencias que se pueden hacer al combinar los miembros de dos o más premisas no necesitan ser consideradas aquí.

47. *La veracidad general de tales inferencias*. Una proposición inferida por combinación (§ 45) será verdadera junto con su premisa, cualesquiera sean los términos utilizados en la combinación. Cuando se seleccionan al azar términos de un significado específico, suele suceder que las combinaciones de la inferencia son insólitas, absurdas y carentes de utilidad. Esto no afecta la veracidad de la proposición inferida, la cual solo afirma que el significado de una combinación, cualquiera que sea, es igual que el de otra.

48. *Las relaciones tácitas excluidas*. En nuestra vida diaria constantemente empleamos los términos específicos bajo la restricción de un número de premisas tan bien conocidas por todas las personas que es innecesario expresarlas. Los términos que no están unidos de acuerdo con estas relaciones tácitas carecen de sentido. Por ejemplo, la diferencia insuperable

entre mente y materia hace que no tenga sentido unir el nombre de alguna cosa material con el de algún atributo mental, excepto en un sentido meramente metafórico. A fin de que nuestras inferencias sean siempre inteligibles y útiles, requerimos la expresión de todas las premisas tácitas en relación con los términos de significado específico. Sin embargo, solo las diversas ramas de la ciencia pueden emprender detalladamente las investigaciones necesarias al respecto. Nuestra inferencia sigue siendo verdadera sin importar cuán complicadas sean las relaciones de igualdad y diferencia de los términos introducidos. Pero se trata de una inferencia a partir de premisas que están *declaradas*, no de aquellas que *podrían* o *deberían estar declaradas*.

49. *La formación del término común*. *Cuando las premisas solo contienen términos parcialmente iguales, la combinación de cada uno con la parte que es diferente en el otro producirá un término completamente igual en ambos.* Además, puede considerarse que tales premisas están *relacionadas* (§ 31).

Así, en $A = C$ y $B = CD$, los términos C y CD solo son parcialmente iguales. Pero la combinación de D con $A = C$, da como resultado $AD = CD$, que tiene un miembro en común con $B = CD$. Por ende, podemos inferir que $AD = CD = B$ (§ 26), y eliminar el término C, que era común en las premisas; de modo que, $AD = B$.

Nuevamente, para eliminar B de las premisas $A = BC$ y $E = BD$, combine D con cada lado de la primera premisa, y C con cada lado de la segunda. Por lo tanto, $AD = BCD = CE$, o $AD = CE$, en donde B ya no aparece.

50. *Casos carentes de utilidad*. A partir de premisas que no tienen ningún término en común, este proceso solo nos dará las inferencias que podrían haberse obtenido (§ 46) mediante la combinación directa de los respectivos términos de las premisas. Por consiguiente, $A = B$ y $C = D$ dan como resultado $AD = BD$ y $BC = BD$, de donde $AD = BC$. Y de manera similar podríamos obtener $AC = BD$.

51. *Definición de «sustitución»*. El siguiente proceso puede ser llamado *sustitución*, y se observará que proporciona la misma inferencia que los dos procesos de formación de un término común (§ 49, 27) y su posterior eliminación.

Cualquier término, o parte de un término, en una premisa, puede ser sustituido por su expresión (§ 29) *en otros términos*.

En resumen, los dos miembros de una premisa pueden ser utilizados indistintamente, uno en lugar del otro, donde sea que aparezcan.

Por lo tanto, si $A = BCD$ y $BC = E$, podemos sustituir en la primera premisa BC por su expresión E, obteniendo $A = DE$. El proceso completo de inferencia consiste en combinar D con ambos lados de $BC = E$, y eliminar el término común BCD obtenido, de modo que $A = BCD = DE$.

52. *La eliminación intrínseca*. *Podemos sustituir cualquier parte del miembro de una proposición por la totalidad del otro*.

Así, en $\mathrm{A} = \mathrm{BCD}$, podemos sustituir cualquiera de las partes B, C, D, BC, BD o CD del miembro BCD, por todo el miembro, o por el miembro A, para inferir las nuevas proposiciones:

$$\begin{array}{lll} \mathrm{A} = \mathrm{ACD} & \mathrm{A} = \mathrm{ABD} & \mathrm{A} = \mathrm{ABC} \\ \mathrm{A} = \mathrm{AD} & \mathrm{A} = \mathrm{AB} & \mathrm{A} = \mathrm{AC} \end{array}$$

La validez de este proceso depende de las leyes de la simplicidad (§ 42) y de las mismas partes y de los todos resultantes (§ 44), como se observa al combinar cada miembro de la premisa consigo mismo. Así, de $\mathrm{A} = \mathrm{BCD}$, obtenemos $\mathrm{A.A} = \mathrm{BCD.BCD} = \mathrm{BCD.D} = \mathrm{AD}$ mediante la coalescencia de términos iguales y la sustitución de BCD por su expresión A.

La nueva proposición así inferida tendrá un lado *pleonástico*, es decir, donde se repetirá alguna parte de su significado. Pero es obvio que no podemos, como regla general, sustituir parte de un lado por menos que el todo del otro, porque solo a partir de la premisa no podemos saber si el significado del término parcialmente eliminado se suple totalmente en parte del otro miembro que se ha utilizado para reemplazarlo.

El proceso anterior puede ser llamado *eliminación intrínseca*, para distinguirlo del proceso anterior a ese, donde se da la eliminación entre dos premisas, que puede ser llamado *eliminación extrínseca*, y que es un caso de eliminación intrínseca en el que sustituimos el todo de un lado por el todo del otro. Cuando solo se trata de una premisa, la eliminación intrínseca de todo el miembro produciría un resultado idéntico y carente de utilidad.

La eliminación intrínseca no genera ningún conocimiento nuevo, pero su uso constante sirve para descartar o *abstraer* términos que no deseamos conocer y que, por lo tanto, son poco menos que inútiles en nuestros resultados.

Creo que el sistema de eliminación del profesor Boole[5] es equivalente al anterior, aunque puede que la correspondencia no sea evidente a primera vista.

53. *Error de eliminación*. Un término no puede ser eliminado intrínsecamente si aparece en ambos miembros de una proposición. La presencia de una parte de tal término puede ser considerada una *condición* para la igualdad del resto de los términos.

54. *Términos idénticamente relacionados.* Se dice que los términos están idénticamente relacionados en una premisa cuando su intercambio no altera la premisa.

Por lo tanto, B y C están idénticamente relacionados en $\mathrm{A} = \mathrm{BC}$, porque la premisa $\mathrm{A} = \mathrm{CB}$ (§ 41) es la misma después de su intercambio. Pero A y B no están idénticamente relacionados, ya que su intercambio sí altera la premisa en $\mathrm{B} = \mathrm{AC}$.

En $\mathrm{A} = \mathrm{BCDE}$ ..., cualquier par de términos B, C, D, ..., están idénticamente relacionados y pueden intercambiarse.

[5] *Ibid.*, p. 99.

55. *Inferencia para dos términos de este tipo.* Para términos idénticamente relacionados, la expresión de uno es la misma que la del otro después de que los dos términos en cuestión han sido intercambiados.

56. *Inferencia para varios términos de este tipo.* Cuando varios términos están idénticamente relacionados, obtenemos las expresiones para los demás a partir de la expresión de alguno de ellos, mediante la sucesiva sustitución de cada término por el siguiente, manteniendo los términos en un orden fijo.

Es evidente que siempre podemos intercambiar los términos en cualquier parte de un problema, con tal de que lo hagamos en todo el problema (§ 14). Y en aquellos casos en donde las premisas permanezcan inalteradas al hacer esto, evidentemente obtendríamos varias inferencias a partir de las mismas premisas. Este es un método de intercambio familiar para los matemáticos.

57. *Una analogía con las matemáticas*. Es evidente que un término matemático o cantidad compuesta por varios factores es estrictamente análoga, bajo sus propias leyes, a un término lógico combinado, *excluyendo la ley de la simplicidad.*

CAPÍTULO 5

DE LA SEPARACIÓN DE TÉRMINOS

58. *Ley de los mismos todos y de las partes que los componen.* Es inherente a la naturaleza del pensamiento y de las cosas, que *cuando se toman iguales cualidades de conjuntos con cualidades iguales, los complementos resultantes sean iguales*; o resumidamente: *las mismas partes de los mismos todos resultan en las mismas partes*.

Por lo tanto, se puede establecer la siguiente ley lógica: *cuando de iguales combinaciones de términos se toman términos iguales, los términos restantes son iguales.*

Esta ley es inversa a la ley de las mismas partes y de los todos resultantes (§ 44), y también es autoevidente. Sin embargo, no es igual de útil que esta; de hecho, en la lógica pura no tiene utilidad en absoluto. La eliminación de *términos* con significados conocidos no es igualmente posible para su combinación, y para premisas lógicas útiles no es posible en absoluto. Porque, en una premisa útil (§ 19), al menos una parte de uno de los miembros debe ser desconocida, y esta parte puede o no ser aquella que deseamos eliminar. Incluso, suponiendo que un término aparezca en ambos lados de una premisa, no podemos eliminarlo del lado conocido, porque no hay forma de saber si es posible eliminarlo o no del lado desconocido o parcialmente conocido.

Así, en AB = AC, supongamos que A y C son conocidos, y B es desconocido. No podemos inferir que B = C, porque B puede contener una parte o la totalidad del significado conocido de A, además del significado conocido de C, según la ley de la simplicidad (§ 42); entonces, al dejar B, no se eliminaría A de uno de los miembros de la premisa.

59. *Una total analogía entre lógica y matemáticas*. Se ha dicho que la lógica de términos conocidos y desconocidos (§15) es análoga al cálculo de números conocidos y desconocidos.

Entonces, una lógica en la que todos los términos fueran conocidos sería análoga a la aritmética común, a un cálculo en el que todos los números utilizados fueran conocidos. La combinación de términos es análoga a la multiplicación de números, y la separación de términos lo es a la división de números. Así como en la lógica la combinación no tiene restricciones, en el cálculo sucede lo mismo con la multiplicación. Y así como en la lógica de términos conocidos la separación de términos no tiene restricciones, en el cálculo de números conocidos sucede lo mismo con la división. Pero, *al igual que en la lógica de términos conocidos y desconocidos la separación de términos está restringida, en el cálculo de números conocidos y desconocidos la división está restringida*.

60. *La restricción de la división*. De manera similar, es bien sabido que no podemos dividir ambos lados de una ecuación por un factor desconocido, y afirmar que la ecuación resultante es necesariamente verdadera, ya que el factor desconocido puede ser igual a 0. Por lo tanto, a partir de $xy = xz$, no podemos eliminar x, y afirmar que $y = z$, porque si x resulta ser igual a 0, la ecuación $xy = xz$ es verdadera, cualesquiera sean los números finitos z e y.

Así se establece la correspondencia:

Proposiciones lógicas		Ecuaciones matemáticas
Admite términos conocidos		*Admite números conocidos*
Combinación		Multiplicación
Separación		División
(a menos que el dividendo contenga al divisor)	↔	(a menos que el divisor sea igual a cero)
Admite términos desconocidos		*Admite números desconocidos*
Combinación		Multiplicación
pero no admite		*pero no admite*
Separación		División

Las analogías mencionadas anteriormente no pasaron desapercibidas para el profesor Boole[6], por lo que me resulta desconcertante comprender en qué se basa su afirmación de que existe una ruptura en la correspondencia entre las leyes de la lógica y las matemáticas.

61. *Las partes desconocidas del todo*. *A partir del significado de un término como un todo, no podemos conocer el significado de una de sus partes*.

En A = BC, si conocemos A, se puede entender a BC como un todo, pero no se pueden conocer las partes B y C por separado. Esto se debe a que, según la ley de la simplicidad (§ 42), de las cualidades de A, cualquier parte puede estar en B, y cualquier otra en C, incluyendo aquellas que están en B. Solo es necesario que cada cualidad en A esté en B o en C. Incluso, si solo conocemos una de las dos: B o C, sabemos que la otra debe contener cualquier cualidad de A que no esté en la primera. He aquí la imperfección del proceso inverso.

62. *El número de términos y premisas*. Con referencia a la relación entre el número de premisas y el número de términos conocidos y desconocidos (§ 33-35), debemos tratar como términos separados a cualquiera de los que aparezcan por separado en las premisas, incluso si también aparecen en combinación. De lo contrario, siempre tomaremos toda la combinación como si fuera un término singular.

[6] *Ibid*., pp. 36-37.

CAPÍTULO 6

DE LOS TÉRMINOS PLURALES

63. *Términos de múltiples significados. Un término plural tiene uno de varios significados, pero no se sabe exactamente cuál de ellos*.

Por lo tanto, «B o C» es un término plural, o un término de múltiples significados, ya que su significado es el de B o el de C, pero no se sabe exactamente cuál de ellos.

Un término que no está en forma plural se puede identificar como un *término singular*; tal es el caso de A.

64. *Definición de «alternativa»*. Los términos separados que expresan los posibles significados de un término plural son llamados *alternativas*, y deben estar unidos por el signo $+$ colocado entre cada par de términos adyacentes.

Todo lo que se ha dicho sobre los términos singulares se aplica a los términos plurales, *mutatis mutandis*.

65. *El orden de las alternativas*. *El significado de un término plural es el mismo sin importar el orden de las alternativas*.

«B o C» tiene el mismo significado que «C o B», es decir, $B + C = C + B$. El orden en el que pensamos las posibles cualidades de una cosa no puede alterar esas cualidades, y no debe dar a entender que un significado es más probable que otro.

66. *La combinación con un término plural*. *Un término se combina con un término plural al combinarlo con cada una de sus alternativas*.

Por lo que, si tenemos A y tenemos «B o C», al combinar B, obtenemos AB; al combinar C, obtenemos AC; por lo tanto, obtendríamos la combinación, ya sea AB o AC.

67. *El uso de paréntesis.* Dejar un término plural encerrado entre paréntesis (...) y colocarlo junto a otro significa que está combinado con él, como sucede cuando un término singular está junto a otro; así,

$$A(B + C) = AB + AC$$

68. *La combinación de términos plurales*. Un término plural está combinado con otro cuando se combina cada alternativa de uno con cada una de las del otro. Cada alternativa combinada resultante luego puede ser combinada con las de un tercer término, y así sucesivamente; es decir,

$$(D + E)(B + C) = B(D + E) + C(D + E) = BD + BE + CD + CE$$

69. *La ley de la unidad*. Es inherente a la naturaleza del pensamiento y de las cosas, que *las mismas alternativas tomadas en conjunto, tengan el mismo significado que cualquiera de ellas tomada individualmente*.

Así, lo que es igual a «A o A» es igual a A, es decir, una verdad autoevidente.

$$A + A = A; \quad A + A + A = A; \quad A + A + B = A + B$$

Esta ley es correlativa a la ley de la simplicidad[7], y posiblemente tiene la misma importancia y frecuencia de uso. El profesor Boole, sin embargo, no la reconoció cuando estableció los principios de su sistema.

70. *Los términos superfluos*. En un término plural, cualquier alternativa que tenga una parte perteneciente a otra alternativa puede ser eliminada.

Por lo tanto, el término «B o BC» tiene el mismo significado que solamente B, o lo que es igual, $B + BC = B$. Esto se debe a una verdad autoevidente (§ 99), a saber, que B por sí solo es equivalente a BC, o a B¬C; es decir,

$$B + BC = B\neg C + BC + BC = B\neg C + BC = B$$

71. *Los términos plurales obedecen las leyes de los términos singulares*. Un término plural obedece la ley de la simplicidad (§ 42).

Sea $A = B + C$, entonces:

$$\begin{array}{ll} AA = (B + C)(B + C) & \\ AA = BB + BC + BC + CC & \text{(§ 68)} \\ A = B + BC + C & \text{(§ 42)} \\ A = B + C & \text{(§ 70)} \end{array}$$

Un término plural obedece la ley de la unidad (§ 69):

$$A + A = B + C + B + C = B + C$$

72. *La sustitución en los términos plurales*. Cualquier alternativa o parte de una alternativa que pueda ser sustituida (§ 51) se puede expresar en otros términos.

Es decir, si $A = B + CD$ y $D = E$, sustituimos obteniendo $A = B + CE$.

73. *La sustitución de términos plurales.* Un término plural puede ser sustituido, como sucede con un término singular, por cualquier término singular o plural del cual sea expresión. Cuando se trata de una combinación, las diversas alternativas deben combinarse por separado (§ 66, 68).

A la inversa, un término plural puede ser sustituido por su expresión en un término singular.

Es decir, si $A = BC$ y $C = D + E$, sustituimos C por $D + E$, obteniendo $A = B(D + E) = BD + BE$.

O a partir de las premisas $A = BD + BE = B(D + E)$ y $C = D + E$, podríamos volver a obtener $A = BC$ mediante la sustitución.

[7] Considérese junto con esta a § 39 (N. del T.).

74. *El término plural conocido. Un término plural es conocido cuando cada una de sus alternativas es conocida.*

Así, en $A = B + C$, A es conocido cuando se conocen los significados de B y C. Pero por supuesto, no podemos conocer uno o ambos significados de B y C a partir de conocer el significado singular de A.

75. *El número de términos y premisas*. Con referencia a la relación entre el número de premisas y el número de términos conocidos y desconocidos (§ 33-35), debemos tratar cada alternativa de un término plural como si fuera un término separado.

Una proposición con un término plural corresponde, por lo tanto, a una ecuación con varias cantidades desconocidas.

76. *Los términos plurales y singulares.* Como los términos plurales obedecen las mismas leyes que los términos singulares, y un término singular en su forma puede ser plural en su significado, en el futuro no será necesario distinguir entre *términos plurales* y *singulares*, como tampoco lo ha sido distinguir entre *términos combinados* y *simples*.

Existe cierto peligro de malinterpretar los términos plurales. Aunque un término plural tiene uno de varios significados, en este sistema no puede tener más de uno al mismo tiempo, por así decirlo. Por lo tanto, sigue siendo una *unidad*, el nombre de un conjunto único de cualidades, uno entre varios conjuntos, pero no se sabe cuál. En resumen, este sistema es *unitario* y presenta las mismas notables analogías con un cálculo de valores 1 y 0 que se han presentado tan explícitamente en el sistema del profesor Boole.

CAPÍTULO 7

DE LAS PROPOSICIONES NEGATIVAS

Los términos también pueden ser conocidos y diferentes, es decir, no ser iguales en significado.

77. *La ley de la diferencia*. Es inherente a la naturaleza del pensamiento y de las cosas, que *una cosa que difiera de otra, difiera igualmente de todo lo que difiere la otra.*

Dicho brevemente: *lo que es igual a lo diferente es diferente*.

De ahí que en lógica: *un término que en significado difiere de otro, difiere de todo término que sea igual a ese otro*.

Si A no es igual a B, el cual es igual a C, entonces A no es igual a C. *La inferencia surge de la igualdad entre* B *y* C, *lo que nos permite sustituir uno por otro.* Por ende, no aprendemos nada de la igualdad o diferencia entre dos términos cualesquiera D y E, cada uno de los cuales difiere de un tercero, denominado F; ya que D y E pueden tener cualquier variedad indefinida de significados, y cada uno puede diferir de F (§ 152).

78. *Las inferencias negativas.* Por ende, una cadena de premisas relacionadas, entre las cuales se pueden hacer inferencias, no debe contener más de una premisa negativa.

Además, cualquier inferencia en la que esté involucrada una premisa negativa debe ser considerada una inferencia negativa.

79. *Conversión de proposiciones: una proposición negativa es simplemente convertible*. Ello implica que declarar: «A no es lo mismo que B», es lo mismo que declarar: «B no es lo mismo que A».

80. *Ley de las diferentes partes y de los todos resultantes*. *Cuando los mismos términos se combinan con términos diferentes, los todos resultantes pueden ser diferentes*.

Si A difiere de B, entonces AC difiere de BC, siempre que la diferencia entre A y B no involucre ninguna parte de C.

81. *Ley de los diferentes todos y de las partes que los componen*. *Cuando se toman las mismas partes de diferentes todos, los complementos resultantes son diferentes*.

Esta ley es igual de autoevidente que su inversa mencionada anteriormente.

No es necesario seguir considerando las proposiciones negativas, porque sus inferencias pueden obtenerse mediante el uso de proposiciones afirmativas.

CAPÍTULO 8

DE LOS TÉRMINOS CONTRARIOS

82. *Los términos negativos. El significado conocido de un término negativo es la ausencia de la cualidad, o conjunto de cualidades, que forman el significado conocido de su término positivo correspondiente.*

De modo que, $\neg$A es un término negativo cuyo significado es la ausencia de una o varias cualidades de A. Si el significado conocido de A tiene solo una cualidad, $\neg$A significa su ausencia; pero si el significado de A tiene varias cualidades, $\neg$A significa la ausencia de una o más de estas.

Por lo tanto, si $\mathrm{A} = \mathrm{B.C} \rightarrow$

$$\neg\mathrm{A} = \mathrm{B}\neg\mathrm{C} + \neg\mathrm{B.C} + \neg\mathrm{B}\neg\mathrm{C}$$

83. *La negación de la negación. La negación de un término negativo es el término positivo correspondiente.*

Esto es, $\neg\neg$A es A.

84. *Definición de «términos contrarios simples»*. Dado que la relación entre un término positivo y uno negativo es la misma que entre un término negativo y uno positivo, cada uno será llamado el *término contrario simple* del otro.

85. *La notación*. Por conveniencia escribamos a en lugar de $\neg$A. Entonces, cualquier letra mayúscula y su respectiva letra minúscula denotan un par de términos contrarios simples, y $\neg a$ es A. Incluso, el contrario de BC es (§ 82):

$$\mathrm{B}c + b\mathrm{C} + bc$$

Que expresa la ausencia de uno o dos de los términos.

86. *Leyes implicadas*. Todo lo que se ha dicho de un término se aplica igualmente a cada uno de los términos contrarios.

Por consiguiente, a obedece varias leyes:

$$aa = a \qquad a + a = a \qquad \begin{gathered}\mathrm{C} = \mathrm{D} \\ a\mathrm{C} = a\mathrm{D}\end{gathered} \qquad \ldots$$

87. *Definición de* «*incluir*». Se dice que un término combinado o una proposición *incluyen* a un término cuando contienen a este o a su contrario.

88. *El contrario de un término plural*. El contrario de un término plural es un término que contiene el contrario de cada alternativa.

Por ende, el término contrario de $\mathrm{A} + \mathrm{B} + \mathrm{C}$, es abc. Si alguna alternativa tiene más de un contrario, para cada uno habrá una alternativa contraria. Así, $\mathrm{A} + \mathrm{BC}$ tiene el término contrario plural $a\mathrm{B}c + ab\mathrm{C} + abc$.

89. *Las combinaciones contrarias*. Cualquier término combinado que contenga el contrario simple de otro término puede denominarse *contrario*, o *combinación contraria* de este, o de cualquier combinación que lo contenga.

Así, cualquier término combinado que contenga A es contrario de cualquier término que contenga a, y rara vez será necesario distinguir por su nombre a los *contrarios simples*, como A y a, de los contrarios o combinaciones contrarias en general, que simplemente contienen A o a (§ 99, 100).

90. *La ley de la contradicción*. Es inherente a la naturaleza del pensamiento y de las cosas, que *una cosa no pueda tener y no tener la misma cualidad a la vez*.

91. *Definición de término contradictorio*. Por lo tanto, un término cuyo significado sea un conjunto de cualidades en el que la misma cualidad está y no está, no puede involucrar las cualidades de lo que sea o vaya a ser conocido.

Entonces, tal término *carece de significado*, es decir, no tiene un significado posible, útil o concebible; pero se podría decir que significa *nada*. Este término se puede denominar *autocontradictorio* o, para abreviar, simplemente *término contradictorio*.

92. *El uso del* 0. Denominamos al término o marca 0, combinado con cualquier término, como contradictorio, por consiguiente, excluido del pensamiento. Entonces, $\mathrm{A}a = \mathrm{A}a.0$, $\mathrm{B}b = \mathrm{B}b.0$, y así sucesivamente. Para abreviar, podemos escribir $\mathrm{A}a = 0$, $\mathrm{B}b = 0$. Tales proposiciones son premisas tácitas de todo razonamiento.

Cualquier combinación de dos términos contrarios da como resultado un término contradictorio.

93. *La combinación con términos contradictorios.* Para cualquier término combinado con un contradictorio, el todo resultante también será contradictorio.

Pues el todo significa, entonces, una colección de cualidades que contiene y no contiene una misma cualidad y es, por tanto, por definición, un contradictorio.

De modo que, si $\mathrm{A} = \mathrm{B}b = \mathrm{B}b.0 \rightarrow$

$$\mathrm{AC} = \mathrm{B}b\mathrm{C} = \mathrm{B}b\mathrm{C}.0$$

94. *El término* 0. El término 0, cuyo significado está *excluido del pensamiento*, obedece las mismas leyes de los términos:

$$0.0 = 0 \quad 0 + 0 = 0$$

O expresado de otra manera: «lo que está excluido *y* se excluye, queda excluido»; «lo que está excluido *o* se excluye, queda excluido».

95. *La condición de no contradicción*. *Cualquier término que no sea conocido por ser contradictorio debe tomarse como no contradictorio.*

Cualquier término conocido por ser contradictorio queda excluido de nuestra consideración y, en consecuencia, cualquier término que deseamos conocer debe ser asumido como no contradictorio.

96. *Las alternativas contradictorias. En un término plural en el que no todas las alternativas sean contradictorias, la alternativa o alternativas contradictorias deben ser excluidas de nuestra consideración.*

Si, por ejemplo, $\mathrm{A} = 0 + \mathrm{B}$, podemos inferir que $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, porque si A es igual a 0 queda excluida, y si es el tipo de alternativa que deseamos conocer, debe ser B.

97. *La eliminación de términos contradictorios. Ningún término contradictorio debe ser eliminado en una inferencia directa.*

Todo lo que requerimos conocer de un término contradictorio es que es contradictorio, y su eliminación impediría, más que proporcionar tal conocimiento.

Por ende, si $\mathrm{A} = \mathrm{C}c.0$ y $\mathrm{B} = \mathrm{C}c.0$, todo lo que requerimos conocer de A y B se conoce a partir de estas premisas, y no puede ser conocido a partir de la inferencia $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, obtenida al eliminar el término contradictorio $\mathrm{C}c.0$.

Entonces, si $\mathrm{A} = \mathrm{B} = \mathrm{C} = \mathrm{D} = \mathrm{E} = \mathrm{F} = \mathrm{G}g.0$, las únicas inferencias útiles son aquellas que demuestran que cada A, B, C, D, E, F, es contradictorio.

Lo mismo pasa, evidentemente, con la eliminación intrínseca.

De hecho, se podría afirmar que la contradicción supera todas las demás eliminaciones, eliminando por sí misma todos los términos contradictorios de consideraciones posteriores.

98. *La eliminación de las alternativas*. Una alternativa se elimina cuando su término plural se combina con el contrario de dicha alternativa.

Por lo tanto, la alternativa $\mathrm{A}b$ es eliminada del término plural $\mathrm{AB} + \mathrm{A}b$ cuando se combina con B.

$$(\mathrm{AB} + \mathrm{A}b)\mathrm{B} = \mathrm{AB} + \mathrm{AB}b = \mathrm{AB} + 0 = \mathrm{AB}$$

Sea $\mathrm{C} = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b + a\mathrm{B} + ab$, entonces:

$$\begin{array}{ll} \mathrm{AC} = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b & \mathrm{ABC} = \mathrm{AB} \\ \mathrm{BC} = \mathrm{AB} + a\mathrm{B} & \mathrm{A}b\mathrm{C} = \mathrm{A}b \\ a\mathrm{C} = a\mathrm{B} + ab & a\mathrm{BC} = a\mathrm{B} \\ b\mathrm{C} = \mathrm{A}b + ab & ab\mathrm{C} = ab \end{array}$$

El término así combinado con cada lado no puede eliminarse intrínsecamente (§ 53), y sigue siendo *una condición para el rechazo de la otra alternativa*.

Es mediante el rechazo de alternativas que se reduce el alcance o la extensión del significado de un término, a medida que se incrementa la intención de su significado conocido mediante la combinación (§ 1). Cada término general, además de su significado conocido, puede tener una multitud indefinida de alternativas desconocidas. Al combinarse con un nuevo término, muchas de ellas probablemente se volverán contradictorias.

Capítulo 9

De las alternativas contrarias

99. *La ley de la dualidad [de Jevons]*. Es inherente a la naturaleza del pensamiento y de las cosas, que *una cosa sea lo mismo o no sea lo mismo que otra cosa*. O de otra forma, *un conjunto de cualidades contiene o no contiene una determinada cualidad*.

Por lo tanto, en lógica, un término debe contener el significado de uno de cualesquiera dos *términos contrarios simples*. Es decir, *el significado de un término no se ve alterado por la combinación con cualquiera de los términos contrarios simples que fungen como alternativas*.

$$\mathrm{A} = \mathrm{A}(\mathrm{B} + b) = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b$$

Si A tiene significados que contienen solamente a B, entonces $\mathrm{A}b$ es contradictorio, y $\mathrm{A} = \mathrm{AB} + 0 = \mathrm{AB}$.

Si A tiene significados que contienen solamente a b, entonces $\mathrm{AB} = 0$ y $\mathrm{A} = 0 + \mathrm{A}b = \mathrm{A}b$.

Si A tiene algunos significados que contienen a B y otros a b, la ley sigue siendo verdadera.

Esta ley de la dualidad no es la misma que la ley de la dualidad del profesor Boole (§ 42).

100. *Las aparentes excepciones a la ley*. Pueden darse algunas aparentes excepciones a esta ley. Por ejemplo, sea A = «virtud», B = «negro» y b = «no-negro». Entonces, la declaración: «la virtud es negra o no-negra», parece ser verdadera de acuerdo con la ley mencionada anteriormente y, sin embargo, es absurda. Esto sucede porque B y b no son términos contrarios simples; B puede descomponerse en «negro-coloreado» (es decir BC), y b en «no-negro-coloreado» o «no-negro y no-coloreado», o $b\mathrm{C} + bc$. Ahora bien, la virtud no tiene ningún color en realidad, es $\mathrm{A}bc$ y no BC ni $b\mathrm{C}$. Nuevamente, debemos observar que la combinación $\mathrm{B}c$ es contradictoria debido a la premisa tácita de que «el negro es un color» (§ 48).

Otras aparentes inconsistencias pueden explicarse de manera similar.

El profesor De Morgan ha dicho tan adecuadamente que: «no es tarea de la razón humana decir cuáles son los atributos simples en los que se puede descomponer un atributo»[8]. Y es por esta razón que, en la medida de lo posible, me he abstenido de tratar cualquier término como si fuera *conocido por ser simple*.

101. *Definición de «desarrollo del término»*. Se denomina *desarrollo* de un término con respecto a sus contrarios, a la combinación de este término con sus contrarios simples como alternativas.

Por ello, se denomina desarrollo de A con respecto a B, o en términos de B, o incluyendo a B, a la expresión $\mathrm{AB} + \mathrm{A}b$.

---

[8] De Morgan, Augustus. *Syllabus of a Proposed System of Logic*. London: Walton and Maberly, 1860, p. 60.

102. *Continuación. Un término tiene el mismo significado después de la combinación con todas las posibles combinaciones de otros términos, y sus contrarios como alternativas.*

Dado que $\mathrm{A} = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b$, y de nuevo, $\mathrm{A} = \mathrm{AC} + \mathrm{A}c$, podemos sustituir A en $\mathrm{AB} + \mathrm{A}b$ (§ 51) por su expresión en términos de C. Así:

$$\mathrm{A} = \mathrm{ABC} + \mathrm{AB}c + \mathrm{A}b\mathrm{C} + \mathrm{A}bc$$

De nuevo, dado que $\mathrm{A} = \mathrm{AD} + \mathrm{A}d$, podemos hacer una segunda sustitución, obteniendo:

$$\mathrm{A} = \mathrm{ABCD} + \mathrm{ABC}d + \cdots + \mathrm{A}bcd$$

Y así sucesivamente.

103. *Definición de «término dual»*. Se llamará *término dual* a cualquier par de alternativas que difieran únicamente en parte de un término y su contrario.

Así, $\mathrm{AB} + \mathrm{A}b$ es un término dual en relación con B, y $\mathrm{ABC} + \mathrm{AB}c$ en relación con C, y podemos referirnos a $\mathrm{B} + b$ o $\mathrm{C} + c$ como la *parte dual*.

104. *La reducción de un término dual. Un término dual siempre puede ser reducido a un solo término mediante la eliminación de los términos contrarios, sin que con ello se altere su significado*.

El término así obtenido es, por la ley de la dualidad, equivalente en significado al término dual precedente (§ 99).

Por ende, a partir de un término como $\mathrm{AB} + \mathrm{A}b$, siempre podemos eliminar la parte dual $\mathrm{B} + b$, y el significado del término A seguirá siendo el mismo de antes, ya que $\mathrm{A} = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b$ es una verdad autoevidente (§ 99), siempre presente en nuestro conocimiento.

CAPÍTULO 10

DE LAS PROPOSICIONES CON TÉRMINOS CONTRARIOS

105. *De una proposición afirmativa a una negativa. A partir de cualquier premisa afirmativa podemos inferir una proposición negativa, cambiando cualquier término de uno solo de sus lados por su contrario.*

A partir de $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, tenemos que $\mathrm{A} \neq b$; porque evidentemente $\mathrm{B} \neq b$; por lo tanto, por la ley de la diferencia (§ 77): $\mathrm{A} = \mathrm{B} \neq b$, o bien, $\mathrm{A} \neq b$.

De manera similar, a partir de $\mathrm{AB} = \mathrm{AC}$, tenemos que $\mathrm{AB} \neq \mathrm{A}c$.

106. *Los términos de una proposición negativa. Los dos términos de una proposición negativa son contrarios.*

Puesto que los dos términos de una proposición negativa son diferentes en significado, debe haber alguna cualidad (o cualidades) en el significado de uno que no esté en el del otro; así, la combinación de los dos términos significaría tanto la ausencia como la presencia de una cierta cualidad (o cualidades), y sería una contradicción. Los dos términos son, pues, contrarios (§ 89).

107. *De una proposición negativa a una afirmativa. Una proposición negativa puede convertirse en afirmativa cuando uno de sus términos es un término de la negativa, y el otro término es la combinación de este con el contrario del otro término de la negativa.*

Por ello, si $\mathrm{A} \neq \mathrm{B}$, entonces $\mathrm{A} = \mathrm{A}b$; o de nuevo, $\mathrm{B} = a\mathrm{B}$.

Para desarrollar A en términos de B (§ 101), tenemos $\mathrm{A} = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b$, pero como A y B son contrarios (§ 106), AB es contradictorio o igual a 0. Por consiguiente, $\mathrm{A} = 0 + \mathrm{A}b = \mathrm{A}b$ (§ 96).

De manera similar, podemos demostrar que $\mathrm{B} = 0 + a\mathrm{B} = a\mathrm{B}$. Por lo tanto, si $\mathrm{AB} \neq \mathrm{AC}$, entonces $\mathrm{AB} = \mathrm{AB}c$. Se sigue que $\mathrm{AB} = \mathrm{ABC} + \mathrm{AB}c = \mathrm{AB}c$, dado que ABC es contradictorio.

Y podemos ver que:

$$\mathrm{AB}c = \mathrm{AB}[\neq \mathrm{AC}] = \mathrm{AB}(\mathrm{A}c + a\mathrm{C} + ac) = \mathrm{AB}c + 0 + 0$$

Puesto que ahora podemos convertir cualquier proposición negativa en una afirmativa, ya no será necesario utilizar proposiciones negativas en el proceso de inferencia (§ 81).

108. *La inferencia para proposiciones negativas. A partir de cualquier combinación contradictoria, podemos inferir que cualquier parte de la combinación que no sea autocontradictoria, difiere en significado del resto o de cualquier parte mayor*. El hecho de que las dos partes difieran puede expresarse en una proposición negativa o en su correspondiente afirmativa.

Pues si la otra parte es contradictoria, no puede ser igual que la primera que no es contradictoria. Y si ninguna de las partes es contradictoria en sí misma, no pueden tener el mismo significado, porque de lo contrario su combinación no produciría una contradicción.

Las inferencias afirmativas correspondientes a las negativas (§ 107), deducidas bajo esta regla, pueden obtenerse de otra manera, por lo que parece innecesario seguir ahondando en las inferencias negativas en este lugar.

109. *Lista de las leyes*. Las siguientes son las principales leyes o condiciones de la lógica:

- *Condición o postulado*. El significado de un término debe ser el mismo en todo el razonamiento; de tal manera que: (§ 14)

  $$\mathrm{A} = \mathrm{A},\ \mathrm{B} = \mathrm{B},\ \ldots$$

- *Ley de equivalencia*. (§ 25)

  $$\mathrm{A} = \mathrm{B} = \mathrm{C} \therefore \mathrm{A} = \mathrm{C}$$

- *Ley de la simplicidad.* (§ 42)

  $$\mathrm{AA} = \mathrm{A},\ \mathrm{BBB} = \mathrm{B},\ \ldots$$

- *Ley de las mismas partes y de los todos resultantes.* (§ 44)

  $$\mathrm{A} = \mathrm{B} \therefore \mathrm{AC} = \mathrm{BC}$$

- *Ley de la unidad.* (§ 69)

  $$\mathrm{A} + \mathrm{A} = \mathrm{A},\ \mathrm{B} + \mathrm{B} + \mathrm{B} = \mathrm{B},\ \ldots$$

- *Ley de la contradicción.* (§ 90)

  $$\mathrm{A}a = 0,\ \mathrm{AB}b = 0,\ \ldots$$

- *Ley de la dualidad.* (§ 99)

  $$\mathrm{A} = \mathrm{A}(\mathrm{B} + b) = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b;$$

  $$\mathrm{A} = \mathrm{A}(\mathrm{B} + b)(\mathrm{C} + c)$$

  $$= \mathrm{ABC} + \mathrm{AB}c + \mathrm{A}b\mathrm{C} + \mathrm{A}bc;\ \ldots$$

Parece probable que estas sean las leyes fundamentales y suficientes del pensamiento, y que las otras sean solo sus corolarios. La lógica solo puede tratar las *igualdades conocidas de las cosas*; y sus diferencias únicamente necesitan ser consideradas para excluir del pensamiento lógico puro todo lo que es autocontradictorio.

En cuanto a los números puros y su ciencia, en cambio, solo se consideran las diferencias de las cosas.

Las leyes de la simplicidad, unidad, contradicción y dualidad proporcionan las premisas universales de todo razonamiento. La ley de equivalencia, no obstante, es de un orden totalmente superior, incluyendo la inferencia o el juicio de juicios.

CAPÍTULO 11

DE LA INFERENCIA INDIRECTA

110. *El uso del desarrollo de un término.* Por sí solo, el desarrollo de un término (§ 101) no nos proporciona ningún conocimiento nuevo sobre él. Sin embargo, tomado junto con las premisas de un problema, ayuda a conocer que algunas de las alternativas del desarrollo son contradictorias y deben ser rechazadas. Entonces, las alternativas restantes forman una nueva expresión para el término que a menudo resulta ser útil.

111. *La inferencia indirecta.* Al utilizar el desarrollo de esta manera, se dice que inferimos *indirectamente* porque usamos la premisa para demostrar lo que un término es; no directamente por la ley de equivalencia, sino *indirectamente al demostrar lo que no es*.

La inferencia indirecta es una inferencia directa apoyada en premisas autoevidentes, derivadas de las leyes de la contradicción y dualidad. Pero, toda inferencia lo sigue siendo por la ley de equivalencia.

112. *Ejemplo*. Sea $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, se requieren las expresiones para A, B, a, b, inferidas a partir de esta premisa. Desarróllense estos términos de la siguiente manera (§ 101):

$$\mathrm{A} = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b \quad \mathrm{B} = \mathrm{AB} + a\mathrm{B}$$
$$a = a\mathrm{B} + ab \quad b = \mathrm{A}b + ab$$

Examínense cuáles de las alternativas AB, Ab, aB, ab, son contradictorias según la premisa $\mathrm{A} = \mathrm{B}$.

A combinado con $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, da como resultado: $\mathrm{A} = \mathrm{AB}$
B combinado con $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, da como resultado: $\mathrm{AB} = \mathrm{B}$
a combinado con $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, da como resultado: $\mathrm{A}a = a\mathrm{B} = 0$
b combinado con $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, da como resultado: $\mathrm{A}b = \mathrm{B}b = 0$

Por lo tanto, hemos aprendido que aB y Ab son contradictorias y pueden ser rechazadas, y que AB no es contradictoria según la premisa. A partir de ab, que no se encuentra entre ninguno de los términos anteriores, no podemos saber nada de la premisa, y por ende no se puede saber si es contradictoria. Descartando aB y Ab en los desarrollos de A, B, a, b, tenemos:

$$\mathrm{A} = \mathrm{AB} + 0 = \mathrm{AB} \quad \mathrm{B} = \mathrm{AB} + 0 = \mathrm{AB}$$
$$a = 0 + a\mathrm{b} = ab \quad b = 0 + ab = ab$$

113. *Las inferencias.* Tenemos aquí las dos inferencias $\mathrm{A} = \mathrm{AB}$ y $\mathrm{B} = \mathrm{AB}$, que podrían haberse obtenido de la premisa por combinación (§ 45), y a partir de las cuales podemos retroceder mediante la eliminación de AB hasta la premisa original.

También tenemos $a = ab$ y $b = ab$, *las cuales no podrían haberse obtenido por inferencia directa*. Y al eliminar ab entre estas dos, obtenemos la nueva inferencia $a = b$. De hecho, este resultado, de que *a partir de la igualdad del significado de dos términos podemos inferir la igualdad del significado de sus contrarios simples*, es evidentemente cierto.

114. *La inferencia a partir de múltiples premisas*. Por un método similar podemos hacer inferencias a partir de cualquier número de premisas, a saber, desarrollando cualquier término requerido con respecto a otros términos y descartando las combinaciones que demuestren ser contradictorias en alguna premisa.

Así, a partir de $\mathrm{A} = \mathrm{B}$ y $\mathrm{B} = \mathrm{C}$, para inferir las expresiones de A y a, desarrollamos estos términos de la siguiente manera:

$$\mathrm{A} = \mathrm{ABC} + \mathrm{AB}c + \mathrm{A}b\mathrm{C} + \mathrm{A}bc$$
$$a = a\mathrm{BC} + a\mathrm{B}c + ab\mathrm{C} + abc$$

Mediante la combinación tratamos, cuando sea posible, de hacer coincidir un lado de cada premisa con cada una de las combinaciones alternativas, e identificamos del otro lado si la combinación es contradictoria en la premisa. Encontramos que todas las combinaciones de los desarrollos anteriores resultarán contradictorias, excepto ABC y abc; así, obtendríamos las inferencias $\mathrm{A} = \mathrm{ABC}$ y $a = abc$, de las cuales la primera podría haberse obtenido directamente.

115. *El método de la inferencia indirecta*. El proceso de inferencia indirecta se puede aplicar, de manera similar, para extraer cualquier posible inferencia o expresión de una serie de premisas, por numerosas y complicadas que sean. El proceso completo se puede resumir según la siguiente serie de reglas, el cual puede ser considerado como *el método de inferencia indirecta*:

a) *Desarrollo.* Dada cualquier premisa, fórmese una combinación que contenga todos los términos incluidos en ella (§ 87). Cámbiese sucesivamente cada término simple de esta combinación por su contrario, con el fin de formar todas las posibles combinaciones de los términos simples y sus contrarios.

b) *Comparación*. Combínese sucesivamente cada una de estas combinaciones con ambos miembros de la premisa. Cuando la combinación no forme una contradicción con ninguno de sus lados, llámesele *sujeto* (*o combinación*) *incluido* de la premisa; cuando forme una contradicción con ambos lados, llámesele *sujeto* (*o combinación*) *excluido* de la premisa; cuando forme una contradicción con un solo lado, llámesele *sujeto* o *combinación contradictoria*, y descártesela.

Podemos llamar combinación incluida o excluida a una *combinación posible*, distinguiéndola de una combinación contradictoria o *imposible*.

c) *Repetición de la comparación*. Realícese el mismo procedimiento con cada premisa. Entonces, una combinación es una combinación incluida en una serie de premisas cuando lo es en cada una de ellas; es una combinación contradictoria cuando es contradictoria en cada una de ellas; y es una combinación excluida cuando lo es en cada una de ellas.

d) *Selección*. La expresión para cualquier término incluido en las premisas consiste en todas las combinaciones incluidas y excluidas que contienen al término, tratadas como alternativas.

e) *Reducción*. Dicha expresión puede simplificarse mediante la reducción de todos los términos duales (§ 104), y mediante la eliminación intrínseca (§ 52) de todos los términos que no son necesarios en la expresión.

f) *Eliminación*. Cuando se observe que la expresión de un término contenga una combinación que no aparezca en la expresión de ningún término contrario a ese, podemos eliminar la parte de la combinación que sea común al término y su expresión (§ 117).

g) *Las premisas contradictorias*. A no ser que cada término de las premisas y su contrario aparezcan en una u otra de las combinaciones posibles, las premisas deben considerarse inconsistentes o contradictorias. Por lo tanto, siempre deben existir al menos dos combinaciones posibles (§ 159).

116. *Ejemplo*. Como resultado del proceso mencionado anteriormente, se requieren las inferencias de la premisa A $=$ BC.

Las posibles combinaciones de los términos A, B, C y sus contrarios, se presentan en la primera columna. Cada una de estas, al estar combinada con ambos lados de la premisa, nos da los siguientes resultados:

ABC	ABC $=$ ABC	ABC	Combinación incluida
ABc	ABc $=$ ABCc $= 0$	ABc	Contradictoria
AbC	AbC $=$ ABbC $= 0$	AbC	Contradictoria
Abc	Abc $=$ ABbCc $= 0$	Abc	Contradictoria
aBC	$0 =$ AaBC $= a$BC	aBC	Contradictoria
aBc	$0 =$ AaBc $= a$BCc $= 0$	aBc	Combinación excluida
abC	$0 =$ AabC $= a$BbC $= 0$	abC	Combinación excluida
abc	$0 =$ Aabc $= a$BbCc $= 0$	abc	Combinación excluida

Parece ser, entonces, que las cuatro combinaciones desde ABc hasta aBC deben ser descartadas, y solo las restantes deben ser consideradas como combinaciones posibles.

Supóngase que ahora se requiere una expresión para el término b inferido a partir de la premisa A $=$ BC. Luego, se seleccionan entre las combinaciones incluidas y excluidas aquellas que contengan b, a saber, abC y abc.

Entonces $b = ab\mathrm{C} + abc$, pero como aC solo aparece con b y no con B, que es su contrario, podemos, según la regla (f), eliminar b de abC; de donde, $b = a\mathrm{C} + abc$.

117. *La explicación de la eliminación*. La validez de esta última eliminación se observa al extraer la expresión para aC, que es abC. Así, entre $b = ab\mathrm{C} + abc$ y $ab\mathrm{C} = a\mathrm{C}$, podemos eliminar abC al sustituir (§ 51) su expresión aC. Y de manera similar en todos los demás casos en los que se aplique la regla.

Incluso, podríamos reducir la expresión para b, mediante la regla (e), de la siguiente manera:

$$b = ab\mathrm{C} + abc = ab(\mathrm{C} + c) = ab$$

118. *Otra inferencia*. Para expresar a tenemos:

$$a = a\mathrm{B}c + ab\mathrm{C} + abc$$

Pero al observar que ninguno de los términos $\mathrm{B}c$, $b\mathrm{C}$, bc, aparece con A, de modo que $\mathrm{B}c = a\mathrm{B}c$, $b\mathrm{C} = ab\mathrm{C}$, $bc = abc$, sustituimos estos términos más simples eliminando a; de donde $a = \mathrm{B}c + b\mathrm{C} + bc$, que es una verdad evidente (§ 113).

119. *Otras inferencias*. De manera similar, podemos extraer cualquiera de las siguientes inferencias:

$$\begin{array}{ll}
\mathrm{A} = \mathrm{ABC} = \mathrm{AB} = \mathrm{AC} & \\
\mathrm{B} = \mathrm{AC} + a\mathrm{B}c & \\
\mathrm{C} = \mathrm{AB} + ab\mathrm{C} & \\
c = a\mathrm{B} + abc = ac & \\
a\mathrm{B} = \mathrm{B}c & \\
a\mathrm{C} = b\mathrm{C} & \\
ab = ab\mathrm{C} + abc = ab & \text{(sin inferencia)} \\
ac = a\mathrm{B}c + abc = ac & \text{(sin inferencia)}
\end{array}$$

120. *La relación entre* B *y* C. Obsérvese que, como B y C están igualmente relacionados con A, podemos obtener cualquier inferencia sobre uno de estos términos a partir de una inferencia similar sobre el otro, intercambiando B y C, b y c (§ 56).

Antes de continuar con más ejemplos de inferencia indirecta, podemos hacer las siguientes observaciones.

121. *Las combinaciones excluidas*. Cuando un término aparece en ambos lados de una premisa, como A en $\mathrm{AB} = \mathrm{AC}$, cualquier combinación que contenga su contrario (a) es una combinación excluida. De esta manera, al combinar cualquier término con ambos lados de una proposición, hacemos que cualquier contrario del término sea una combinación excluida.

Así, en matemáticas, introducimos una nueva raíz en una ecuación cuando multiplicamos ambos lados por un factor.

122. *Las combinaciones de menor importancia*. Una combinación excluida, aunque permite inferencias y es permitida en inferencias, es de menor importancia o incluso carente de importancia. Como su nombre indica, generalmente es una combinación que no deseamos conocer. El ámbito o esfera de un argumento, o también el *universo del pensamiento*, contiene todas las combinaciones incluidas. Una combinación excluida es aquella que se encuentra más allá de esta esfera o universo. Pero estamos obligados a considerarlas, porque la combinación excluida de una premisa puede ser la combinación incluida de otras.

123. *Las premisas plurales*. Cuando una premisa es plural en uno o ambos lados, una combinación excluida es contraria a todas las alternativas de ambos lados, y una combinación contradictoria es contraria a todos los elementos de un lado, pero no a todos los elementos del otro.

124. *La proposición idéntica*. En una proposición idéntica, el término mismo que aparece en ambos lados es la única combinación incluida. Todas las demás son excluidas y no hay combinaciones contradictorias. Su naturaleza inútil es, pues, evidente.

125. *La combinación común*. Cualquier combinación de una proposición sigue siendo una combinación incluida, excluida o contradictoria, después de combinarse con cualesquiera términos no relacionados. Por ende, si el argumento se restringe a una esfera o *combinación común*, definida por ciertos términos, estos no necesitan expresarse en cada premisa, sino que pueden ser considerados como una condición exterior. Así, por ABCD (...), podríamos entender que ABCD está combinado con cada término de cualquier premisa colocada entre los paréntesis. Entonces, ABCD es la combinación común de las premisas, que no debe contener ninguna combinación contraria a esta. Y cualquier contraria a ABCD es una combinación excluida de todo el conjunto.

126. *Sobre las combinaciones continuas*. Cualquier conjunto de términos que siempre aparezcan en las premisas de una combinación continua pueden tratarse como un término simple.

Por lo tanto, si BC siempre aparece en una combinación, podemos escribir para ello, digamos D, y entonces d o $\neg(\mathrm{BC})$ equivale a $b\mathrm{C} + \mathrm{B}c + bc$.

127. *Los términos plurales continuos*. Cualquier conjunto de alternativas que siempre aparezcan juntas en las premisas, como alternativas, pueden tratarse como un término singular.

Entonces, si B y C siempre aparecen como alternativas, podemos escribir para $\mathrm{B} + \mathrm{C}$, digamos D, y entonces d o $\neg(\mathrm{B} + \mathrm{C})$ equivale a bc.

128. *La proposición simple*. Cualquier proposición puede ser tratada bajo la forma de $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, siempre y cuando no sea necesario que las partes de sus términos o alternativas sean tratadas por separado (§ 126, 127).

129. *Los términos técnicos*. De ahí la conveniencia de utilizar, en todas las ramas del conocimiento, los términos técnicos para representar todo gran conjunto de términos que suelen aparecer juntos. Pero tales términos pueden ser fuente de error si no mantenemos cuidadosamente ante nosotros sus definiciones, que son esas premisas adoptadas en las cuales expresamos el conjunto de términos combinados o alternativos por los cuales sustituimos un término técnico.

130. *Los términos metafísicos*. En esa rama del conocimiento denominada *filosofía primera*, la cual es *analítica* y tiene como objetivo descomponer las cosas, o nuestros pensamientos sobre ellas, en sus componentes más simples, el uso de términos técnicos es falaz. Tales términos no pueden ayudar en el análisis, ya que cada uno surge de la síntesis de muchos términos más simples, formando su definición.

Entonces, todo razonamiento en metafísica o filosofía primera debe llevarse a cabo en los elementos más simples y vernáculos del lenguaje. La ciencia analítica debería ser como un molino que tritura los granos ordinarios del pensamiento en sus partículas más pequeñas y simples. Es en el horno donde deberíamos combinar estas partículas de nuevo en hogazas de un tamaño y consistencia adecuados para el uso común. Pero me parece que la mayoría de los metafísicos han confundido el molino y el horno.

131. *La interrupción del proceso*. No siempre es necesario llevar a cabo el proceso de inferencia exactamente como se indica en las reglas. Cada premisa, o todas ellas, pueden ser tratadas como una premisa separada, si es deseable, y sus posibles combinaciones pueden ser combinadas posteriormente con las posibles combinaciones de otras premisas. De este modo, podemos añadir sucesivamente premisas o probar el efecto de ciertas premisas supuestas.

Por ejemplo, dado que AB y ab son las posibles combinaciones de $\mathrm{A} = \mathrm{B}$, y BC y bc lo son de $\mathrm{B} = \mathrm{C}$, las posibles combinaciones de estas, a saber, ABC y abc, son las posibles combinaciones de las dos premisas combinadas, observando que $\mathrm{AB}bc$ y $ab\mathrm{BC}$ son contradictorias.

132. *Las premisas no relacionadas*. Si las premisas están relacionadas, las inferencias indirectas incluirán todas las posibles inferencias directas. A partir de premisas no relacionadas, por otra parte, también podemos obtener posibles inferencias.

Por lo tanto, a partir de las siguientes premisas no relacionadas:

$$\mathrm{A} = \mathrm{B}; \quad \mathrm{C} = \mathrm{D}$$

Tenemos:

$$\begin{gathered} \mathrm{A} = \mathrm{BCD} + \mathrm{B}cd \\ d = \mathrm{AB}c + abc \\ \ldots \end{gathered}$$

133. *La demostración del método indirecto.* No parece posible que se pueda dar alguna prueba general de que las conclusiones del método indirecto deban coincidir con las del método directo, lo que haría de ello una verdad más evidente. Tal prueba sería poco menos que una recapitulación general de las diversas leyes del pensamiento.

134. *La demostración indirecta de Euclides*. No es necesario mencionar que el método de inferencia indirecta es equivalente a la demostración indirecta de Euclides o *reductio ad absurdum*. Euclides supone el desarrollo de alternativas, usualmente de *igualdad*, *mayor* o *menor que*, y demuestra que dos de ellas llevan a una contradicción, estableciendo la verdad de la tercera.

135. *El uso común del método indirecto*. Este proceso de razonamiento tampoco es nuevo o poco común en las diversas ramas del conocimiento, salvo en la lógica, que se suponía que era la ciencia de todo razonamiento. Los ejemplos simples ocurren quizá con tanta frecuencia como los de inferencia directa, y los ejemplos complicados solo se hacen escasos por las limitadas capacidades de la memoria y la atención humanas. Entre los ejemplos de argumentos indirectos podemos colocar a todos aquellos discursos en los que un escritor u orador establece varias posibles alternativas o casos de su tema y, después de demostrar que

algunos de ellos son imposibles, concluye que el resto tienen que ser necesarios, o bien procede a desarrollarlos y considerarlos en relación con otras premisas (§ 131). Un buen ejemplo se encuentra en el argumento de Paley sobre la *divina benevolencia*[9]. El antiguo proceso lógico llamado *abscissio infiniti* tiene una estrecha relación con la inferencia indirecta.

136. *Una cita relacionada*. Incluso los animales más simples, al parecer, pueden razonar mediante el método indirecto:

«Esta criatura, dice Crisipo (sobre el perro), no carece de lógica, pues cuando sigue a alguna bestia y llega a tres caminos diferentes, huele uno y luego el segundo, y si encuentra que la bestia perseguida no ha huido por ninguno de estos dos caminos, entonces, sin oler más, toma el tercero. Dice el mismo filósofo que es como si razonara así: la bestia debe haberse ido por este camino, por este, o por este otro; pero si no se ha ido por este, ni tampoco por este, ergo, debe haberse ido por el tercero. Y así corre por ese camino»[10].

---

[9] Paley, William. *The Principles of Moral and Political Philosophy*. London: R. Faulder, 1785. Vol. I, Book II, Chapter V.

[10] Sceptick *Lansdowne*; Scepticke *Dublin*; Sceptique *Harleian*; *Sir Walter Raleigh's Sceptick*, 1651.

Capítulo 12

De la relación con la lógica común

Antes de dar ejemplos de los procesos de inferencia lógica tal como se presentan ahora, será conveniente considerar la relación de nuestro sistema con la lógica del pensamiento común.

137. *La proposición ordinaria imperfecta*. En el razonamiento ordinario se encontrará una gran economía de pensamiento. No solo se agrupan grandes colecciones de atributos y cosas bajo el menor número posible de términos, sino que solo se presentan aquellos atributos particulares de las cosas que son relevantes para el razonamiento. Una cierta inclinación natural a evitar el esfuerzo nos lleva a simplificar nuestros modos de pensamiento tanto como sea posible, y a dejar en un segundo plano todo lo que no sea esencial. Por ende, cuando decimos que «el hombre es mortal», queremos decir que los atributos de mortalidad están entre los atributos del hombre. Pero dejamos fuera aquellos atributos infinitamente numerosos del hombre que no están comprendidos dentro de la mortalidad, porque no estamos interesados en ellos. Entonces, la proposición en esta forma no es esa ecuación de cualidades, esa declaración de perfecta igualdad o equivalencia de significado que hemos tomado como una proposición.

138. *La ecuación o equivalencia de la verdadera forma de razonar*. Se puede objetar que deberíamos tomar la proposición tal y como la encontramos en el pensamiento común. Aristóteles la tomó así, y su sistema ha tenido un largo reinado. Algunos de los defensores de su sistema incluso negaron que pudiera haber una proposición de dos términos universales y equivalentes. No pudieron haber cometido un error más grande o haber tergiversado tanto el curso ordinario del razonamiento. De hecho, no solo las diversas ciencias establecen multitud de proposiciones cuyos dos términos son equivalentes y universales, sino que todas las definiciones son proposiciones de este tipo, y las definiciones necesarias para conectar los significados de términos más o menos complejos siempre deben formar una gran parte de los datos en nuestro razonamiento. Si además consideramos que incluso las proposiciones negativas de Aristóteles tienen un predicado universal, que los hombres muestran una constante tendencia a tratar el predicado de la proposición A como universal, de donde se derivan varios tipos comunes de falacias, y que *el razonamiento de «a cosas iguales corresponden cosas iguales», puede ser indicado como el principio fundamental de todas las ciencias*, no debemos dudar en tratar a la ecuación como una proposición verdadera, y a la forma de Aristóteles como una proposición imperfecta.

De modo que, es la ley de equivalencia, y no el *dictum* de Aristóteles, la que gobierna el razonamiento.

139. *La cuantificación del predicado*. Solo en los últimos años se ha señalado correctamente la imperfección de las proposiciones ordinarias. El descubrimiento de la llamada *cuantificación del predicado* no solo ha reducido la proposición a la forma de una ecuación convertible, sino que también ha develado en la lógica un área de mejora aún no definida.

140. *El trabajo de Boole*. El sistema del profesor Boole, publicado por primera vez en su *Mathematical Analysis of Logic* (1847), incluye esta recién descubierta cuantificación del predicado. Según Boole, el «algún», que es el adjetivo de una cualidad lógica particular, es un *símbolo de clase indefinido*. «Los hombres son algún tipo de mortales» es expresado por él en la ecuación $x = vy$, donde x nos indica seleccionar de todo el universo las cosas que son hombres, e y seleccionar todas las cosas que son mortales. Entonces, la proposición nos informa que las cosas que son hombres consisten en aquella selección indefinida de entre las cosas que son mortales, siendo v el símbolo de esta cantidad o clase indefinida seleccionada.

141. *La necesidad de un paso adicional*. Me parece que es necesario un paso adicional, separar por completo los significados cualitativos y cuantitativos de todos los términos lógicos, incluida la palabra «algún». En la forma cualitativa de la proposición «el hombre es algún mortal» (o más correctamente hablando, «el hombre es algún tipo de mortal»), interpretamos «algún» o «algún tipo» como significando una colección indefinida y quizá desconocida de cualidades, que al ser agregadas a las cualidades de «mortal», dan las cualidades conocidas de «hombre». En la forma cuantitativa de «los hombres son algún tipo de mortales», tenemos la declaración equivalente de que la colección de individuos en la clase «algún tipo de mortales» es la colección de individuos en la clase «hombres».

142. *La omisión de la proposición cualitativa.* Es extraño que la forma puramente cualitativa de la proposición: «el hombre es algún tipo de mortal», que es la forma más distintiva de declaración, y quizá la más prevaleciente, tanto en la ciencia como en el pensamiento ordinario, haya sido completamente omitida por los lógicos, por lo menos como fundamento de un sistema lógico. «Los lógicos, hasta nuestros días (dice el profesor De Morgan), han considerado la extensión de un término como el único objeto de la lógica, bajo el nombre de la *totalidad* o el *todo lógico*; la *intención* era llamada por ellos el *todo metafísico*, y estaba excluida de la lógica»[11].

143. *El término «algún» o «algún tipo»*. Se puede observar que la palabra «algún» o «algún tipo», fuente de tantas dificultades y errores, debe ser tratada en nuestro sistema como un término de significado indefinido y desconocido. Es un término desconocido, no solo al principio de un problema, sino a lo largo de este. Por lo tanto, en ningún par de premisas se puede tomar el término «algún» o «algún tipo» para designar el mismo conjunto de cualidades. Así, no podemos argumentar a través de, o eliminar un término con «algún», mientras al menos conserve este término desconocido; es decir, nunca podemos usarlo como un término común (§ 27) en una inferencia directa. Por ende, si «A es algún B», y «algún B es algún C», no podemos eliminar «algún B» y obtener que «A es algún C», porque «algún» tiene un significado desconocido, y «algún B» no necesariamente es el mismo en ambos casos. Esto es aún más evidente en la forma «A es algún tipo de B», y «algún tipo de B es algún tipo de C», porque es obvio que un tipo de B no necesariamente es el mismo que el otro.

[11] De Morgan, Augustus. *Syllabus of a Proposed System of Logic*. London: Walton and Maberly, 1860, p. 61.

144. *El símbolo para «algún»*. Puesto que el término «algún» o «algún tipo» no solo es desconocido, sino que permanece desconocido a lo largo de cualquier argumento, podríamos apropiadamente asignarle algún símbolo, como U, que nos recuerde sus condiciones especiales. Por lo tanto, ningún término U debe ser considerado el mismo que otro término U, o $U = U$, porque no se sabe si es verdadero. Pero en las proposiciones A y E siempre es posible, y es mejor eliminar U escribiendo en su lugar el otro miembro de la proposición (§ 52). Así, $A = UB$, que significa «A es algún tipo de B», incluye tres términos. Es mucho mejor escribirlo como $A = AB$, que solo incluye A y B, y aun así expresa perfectamente que las cualidades de B están entre las de A, pero no necesariamente todas las de A están entre las de B.

145. *Las proposiciones de Aristóteles*. Las cuatro proposiciones de la lógica antigua pueden encontrar expresión en nuestro sistema de la siguiente manera:

A.	Todo A es B	$A = UB$	o	$A = AB$
E.	Ningún A es B	$A = Ub$	o	$A = Ab$
I.	Algún A es B	$UA = UB$	o	$CA = DB$
O.	Algún A no es B	$UA = Ub$	o	$CA = Db$

146. *Las proposiciones de De Morgan*. Las dos nuevas proposiciones del sistema de De Morgan se expresan de la siguiente manera:

Todo es A o B:	$A = b$
Algunas cosas no son ni A ni B:	$a = b$

147. *La proposición de Thomson*. Todas estas proposiciones, y cuantas más se puedan proponer, pueden ser expresadas y tratadas parcialmente (§ 128) bajo la forma $A = B$, que me parece la forma más simple de todo razonamiento. La existencia de proposiciones doblemente universales de este tipo estaba lejos de ser desconocida para muchos de los lógicos clásicos, pero por mera deferencia al sistema aristotélico, tales proposiciones fueron ignoradas. El actual arzobispo de York incorporó por primera vez esta proposición en un sistema lógico, dándole el nombre de U[12].

[12] Thomson, William. *An Outline of the Necessary Laws of Thought: A Treatise on Pure and Applied Logic*. London: William Pickering, 1849.

CAPÍTULO 13

EJEMPLOS DEL MÉTODO

En este capítulo presentaré varios ejemplos de inferencia, de acuerdo con el sistema de los capítulos anteriores, apropiados para exponer el poder de su método o su relación con la lógica clásica.

148. *Silogismo en Felapton*. Tomemos un silogismo en Felapton.

Ningún A es B	$\mathrm{A} = \mathrm{U}b = \mathrm{A}b$
Toda A es C	$\mathrm{A} = \mathrm{UC} = \mathrm{AC}$
Algún C no es B	(§ 145)

A partir de $\mathrm{A} = \mathrm{A}b$, podríamos inferir por combinación (§ 45) que $\mathrm{AC} = \mathrm{A}b\mathrm{C}$, y a partir de $\mathrm{A} = \mathrm{AC}$, inferir que $\mathrm{A}b = \mathrm{A}b\mathrm{C}$; de donde $\mathrm{AC} = \mathrm{A}b\mathrm{C} = \mathrm{A}b$ o $\mathrm{AC} = \mathrm{A}b$, *que es una declaración más precisa de* $\mathrm{UC} = \mathrm{U}b$, o que «algún C no es B», que es la conclusión aristotélica.

Sin embargo, podemos obtener esta conclusión, así como todas las demás posibles, mediante inferencia indirecta.

Las posibles combinaciones de A, B, C, a, b, c, ABC y ABc, son contradichas por la primera premisa, y Abc (así como ABc) es contradicha por la segunda premisa. AbC, aBC, aBc, abC, abc, son las combinaciones restantes en las que no encontramos relación alguna entre B y C *per se*, ya que B aparece con C y c, y C aparece con B y b. No obstante, $\mathrm{AC} = \mathrm{A}b\mathrm{C}$ y $\mathrm{A}b = \mathrm{A}b\mathrm{C}$, de donde se sigue, por eliminación, $\mathrm{AC} = \mathrm{A}b$, que es la misma conclusión de antes.

También pueden extraerse las siguientes conclusiones:

$$a = a(\mathrm{BC} + \mathrm{B}c + b\mathrm{C} + bc) = a(\mathrm{B} + b)(\mathrm{C} + c) = a \quad \text{(sin inferencia)}$$
$$\mathrm{B} = a\mathrm{B}$$
$$b = \mathrm{AC} + ab\mathrm{C} + abc = \mathrm{AC} + ab$$
$$\mathrm{C} = \mathrm{A}b + a\mathrm{BC} + ab\mathrm{C} = \mathrm{A}b + a\mathrm{C}$$
$$c = a\mathrm{B}c + abc = ac$$
$$ab = ab\mathrm{C} + abc = ab(\mathrm{C} + c) = ab \quad \text{(sin inferencia)}$$
$$a\mathrm{C} = a\mathrm{BC} + ab\mathrm{C} = a\mathrm{C}(\mathrm{B} + b) = a\mathrm{C} \quad \text{(sin inferencia)}$$
$$bc = abc$$

149. *Ejemplo:* $\mathrm{AB} = \mathrm{CD}$. La premisa $\mathrm{AB} = \mathrm{CD}$ es de cierto interés. Esta contradice las combinaciones ABCd, ABcD, ABcd, que son AB y no CD, y AbCD, aBCD, abCD, que son CD y no AB. A partir de las combinaciones restantes, podemos hacer fácilmente las inferencias:

$$\mathrm{A} = \mathrm{BCD} + \mathrm{A}b\mathrm{C}d + \mathrm{A}bc\mathrm{D} + \mathrm{A}bcd$$
$$a = \mathrm{BC}d + \mathrm{B}c\mathrm{D} + \mathrm{B}cd + ab\mathrm{C}d + abc\mathrm{D} + abcd$$

Observando que A y B entran de manera similar en la premisa, podemos deducir fácilmente las expresiones para B y b intercambiando A y B, así como a y b en la inferencia anterior; por consiguiente (§ 54-56):

$$\mathrm{B} = \mathrm{ACD} + a\mathrm{BC}d + a\mathrm{B}c\mathrm{D} + a\mathrm{B}cd$$

Y dado que A y B entran de igual manera con C y D, podemos deducir las expresiones correspondientes para C, D, y c, a, intercambiando a la vez A con C, y B con D, o A con D, y B con C.

A partir de la expresión de a, obtenemos entonces:

$$d = \mathrm{CB}a + \mathrm{C}b\mathrm{A} + \mathrm{C}ba + dc\mathrm{B}a + dcb\mathrm{A} + dcba$$

Obsérvese que si la expresión para A se combina con la de a, no resultarán más que términos contradictorios, verificando que $\mathrm{A}a = 0$. Y si combinamos las expresiones para cualesquiera términos no contradictorios, como B y d, obtenemos el mismo resultado que habríamos obtenido al aplicar el proceso por separado. Así,

$$\mathrm{B}d = \mathrm{A}b\mathrm{CD} + a\mathrm{BC}d + a\mathrm{B}cd = 0 + a\mathrm{B}d$$

En las expresiones así derivadas a menudo aparecerá, como en el ejemplo anterior, un término superfluo y contradictorio (AbCD, contrario de Bd), pero al ser solamente una alternativa la proposición no es falsa.

150. *Ejemplo:* $\mathrm{A} = \mathrm{B} + \mathrm{C}$. Como ejemplo de una premisa con un término plural tomemos $\mathrm{A} = \mathrm{B} + \mathrm{C}$.

Al comparar las ocho combinaciones de A, B, C, a, b, c, con la premisa, cualquier combinación es contradictoria si contiene A sin contener B o C; o bien, si contiene ya sea B o C sin contener A. Por lo tanto, ABC, ABc y AbC son las combinaciones incluidas, abc es una combinación excluida, y el resto son contradictorias.

Podemos hacer las siguientes inferencias:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{A} = \mathrm{BC} + \mathrm{B}c + b\mathrm{C} \\
&a = bc \\
&\mathrm{B} = \mathrm{ABC} + \mathrm{A}c = \mathrm{AB} \\
&b = \mathrm{A}b\mathrm{C} + a \\
&\mathrm{C} = \mathrm{ABC} + \mathrm{A}b = \mathrm{AC} \\
&c = \mathrm{AB}c + a
\end{aligned}$$

Observe que B y C entran de manera similar, por lo que sus expresiones pueden ser derivadas mutuamente mediante el intercambio.

151. *Ejemplo:* $\mathrm{A} = \mathrm{B}c + b\mathrm{C}$. La premisa $\mathrm{A} = \mathrm{B}c + b\mathrm{C}$ difiere de la anterior en el muy importante punto de que A no puede ser a la vez B y C.

Las combinaciones incluidas en la premisa son ABc y AbC, mientras que las combinaciones excluidas son aBC y abc. Las siguientes expresiones parecen ser simples y simétricas, y resulta instructivo formar sus combinaciones:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{A} = \mathrm{B}c + b\mathrm{C} \\
&a = \mathrm{BC} + bc
\end{aligned}$$

$$\mathrm{B} = \mathrm{A}c + a\mathrm{C}$$
$$b = \mathrm{AC} + ac$$
$$\mathrm{C} = \mathrm{A}b + a\mathrm{B}$$
$$c = \mathrm{AB} + ab$$

152. *Las premisas negativas*. De dos premisas negativas no podemos inferir ninguna conclusión aristotélica (§ 77, 78). Es importante demostrar que esto sigue siendo cierto cuando las proposiciones negativas se convierten en sus afirmativas correspondientes (§ 107).

Tomemos las premisas:

A no es lo mismo que B
C no es lo mismo que B

Estas pueden expresarse mediante las proposiciones afirmativas $\mathrm{A} = \mathrm{A}b$, $\mathrm{C} = b\mathrm{C}$.

Si seguimos el proceso de inferencia indirecta, e intentamos expresar A y C en términos uno del otro, obtendremos:

$$\mathrm{A} = \mathrm{A}b\mathrm{C} + \mathrm{A}bc = \mathrm{A}b(\mathrm{C} + c) = \mathrm{A}b$$
$$\mathrm{C} = \mathrm{A}b\mathrm{C} + ab\mathrm{C} = b\mathrm{C}(\mathrm{A} + a) = b\mathrm{C}$$

Una vez más, estas son las premisas, y no puede haber una nueva inferencia, excepto $\mathrm{B} = a\mathrm{B}c$.

153. *Soluciones de la forma* $\mathrm{A} = \mathrm{B}$. Siendo la proposición $\mathrm{A} = \mathrm{B}$ la forma más simple de declaración, su solución completa se presenta a continuación, y las soluciones de las proposiciones similares $\mathrm{A} = b$, $a = \mathrm{B}$, $a = b$, se infieren intercambiando A y a, B y b.

Premisa	$\mathrm{A} = \mathrm{B}$	$\mathrm{A} = b$	$a = \mathrm{B}$	$a = b$
Combinación incluida	AB	Ab	aB	ab
Combinación excluida	ab	aB	Ab	AB
Contradicción	Ab	AB	AB	aB
Contradicción	aB	ab	ab	Ab

154. *Un ejemplo de dos premisas*. Tomemos $\mathrm{A} = \mathrm{ABC}$ y $\mathrm{B} + \mathrm{C} = \mathrm{BD} + \mathrm{CD}$.

Tenemos, a partir de la segunda premisa, por inferencia directa:

$$\mathrm{BC} = \mathrm{BCD}\ (\S\ 45)$$

Por lo tanto,

$$\mathrm{A} = \mathrm{ABC} = \mathrm{ABCD}\ (\S\ 26)$$

El proceso indirecto da cuatro combinaciones incluidas y dos excluidas, como se muestra a continuación:

ABCD
aBCD abcD

$$a\mathrm{B}c\mathrm{D} \quad abcd$$
$$ab\mathrm{CD}$$

Por lo tanto, no solo se puede inferir lo anterior, sino también lo siguiente, entre otras posibles inferencias:

$$a = a\mathrm{BCD} + a\mathrm{B}c\mathrm{D} + ab\mathrm{CD} + abc\mathrm{D} + abcd = a\mathrm{BD} + ab\mathrm{D} + abd = a\mathrm{D} + abd$$
$$= a\mathrm{BD} + ab$$
$$\mathrm{C} = \mathrm{ABD} + a\mathrm{BCD} + ab\mathrm{CD} = \mathrm{ABD} + a\mathrm{CD}$$
$$c = a\mathrm{B}c\mathrm{D} + abc\mathrm{D} + abcd = ac\mathrm{D} + abd$$
$$\mathrm{B}c = a\mathrm{B}c\mathrm{D}$$
$$c\mathrm{D} = ac\mathrm{D}$$

155. *El sorites*. El sorites ordinario es fácil y claramente resuelto en este sistema. Tomando cuatro premisas como:

$$\mathrm{A} = \mathrm{AB}$$
$$\mathrm{B} = \mathrm{BC}$$
$$\mathrm{C} = \mathrm{CD}$$
$$\mathrm{D} = \mathrm{DE}$$

Muchas inferencias serán evidentes a partir de la siguiente serie de sujetos o combinaciones posibles.

$$\left.\begin{array}{r} \mathrm{ABCDE} \\ a\mathrm{BCDE} \\ ab\mathrm{CDE} \\ abc\mathrm{DE} \end{array}\right\} \text{Combinaciones incluidas}$$
$$\left.\begin{array}{r} abcd\mathrm{E} \\ abcde \end{array}\right\} \text{Combinaciones excluidas}$$

156. *El dilema.* El dilema de la lógica antigua se incluye fácilmente en nuestro sistema cuando agregamos un término que se suprime o sobreentiende en su declaración usual. El dilema es el siguiente:

Si A es B, entonces E es F, y si C es D, entonces E es F; pero, tanto si A es B, como si C es D, entonces E es F. Adoptando la reducción de Wallis a la forma categórica, y agregando un término G para expresar las *circunstancias actuales*, o el caso donde A es B, o C es D, tenemos las premisas:

$$\mathrm{AB} = \mathrm{ABEF}$$
$$\mathrm{CD} = \mathrm{CDEF}$$
$$\mathrm{G} = \mathrm{ABG} + \mathrm{CDG}$$

Solamente mediante el proceso directo obtenemos la conclusión requerida de que, bajo la condición G, E es F; entonces:

$$\mathrm{GE} = (\mathrm{AB} + \mathrm{CD})\mathrm{GE} = \mathrm{ABEFG} + \mathrm{CDEFG} = \mathrm{GEF}$$
$$\therefore$$

$$\mathrm{GE} = \mathrm{GEF}$$

157. *El silogismo condicional destructivo*. El siguiente se conoce como silogismo condicional destructivo.

Si A es B, entonces C es D; pero C no es D; por lo tanto, A no es B.

Al agregar el término suprimido, digamos E, que expresa las circunstancias en las que A no es B, la siguiente es la declaración de este silogismo en nuestro sistema:

$$\mathrm{AB} = \mathrm{ABCD}$$
$$\mathrm{CE} = \mathrm{C}d\mathrm{E}$$

Por inferencia directa:

$$\mathrm{ABE} = \mathrm{ABD}.\mathrm{CE} = \mathrm{ABD}.\mathrm{C}d\mathrm{E} = 0$$

Por ende, se sabe que ABE es contradictorio; entonces (§ 108), AE no es ABE, o en las circunstancias de E, A no es B.

158. *Las formas de la lógica antigua*. Como las formas de la lógica antigua están comprendidas en este sistema, junto con una multitud indefinida de otras formas, los lógicos solo pueden aceptar propiamente esta generalización, debida a Boole, desechando como cargas obsoletas las inútiles distinciones del sistema aristotélico. La historia de la ciencia no debe, como hasta ahora, obstaculizar su progreso. La lógica se desarrollará casi como las matemáticas cuando los lógicos, al igual que los matemáticos, distingan entre el *estudio del pensamiento* y el *estudio del conocimiento antiguo*.

Ahora presentaré algunos problemas complejos que son más adecuados para ilustrar el poder del método.

159. *Primer problema*. Sean las premisas:

$$\mathrm{A} = \mathrm{B} + \mathrm{C}$$
$$\mathrm{B} = c + d$$
$$c = c\mathrm{D}$$
$$\mathrm{AD} = \mathrm{BCD}$$

Y supongamos que se requiere inferir la descripción de cualquier término, digamos a. Mediante el proceso indirecto, encontraremos que la única combinación que no se contradice por una u otra premisa es ABCd.

De esta manera, encontramos que no puede haber ningún a en absoluto, sin contradicción, cualquiera que sea el significado de este resultado[13]. Esto significa, sin duda, que las premisas son contradictorias (§ 115g).

[13] *Ley del infinito*. Todo término lógico debe tener su contrario.
El universo de la lógica es ilimitado. Lo existente tiene su contrario en lo inexistente; lo pensable tiene su contrario en lo impensable, hablando en el sentido lógico más estricto.

También podemos inferir fácilmente cualquiera de las siguientes:

$$\begin{array}{lll} \mathrm{A} = \mathrm{BC}d & \mathrm{AB} = \mathrm{C}d & \mathrm{ABC} = \mathrm{ABC}d \\ \mathrm{B} = \mathrm{AC}d & \mathrm{AC} = \mathrm{B}d & \mathrm{AB}d = \mathrm{ABC}d \\ \mathrm{C} = \mathrm{AB}d & \mathrm{BC} = \mathrm{A}d & \quad \ldots \\ d = \mathrm{ABC} & & \end{array}$$

160. *Segundo problema*. Las siguientes premisas son como las que podrían aparecer fácilmente en la ciencia física:

$$\begin{array}{l} \mathrm{A} = \mathrm{AB}c + \mathrm{A}b\mathrm{C} \\ \mathrm{B} = \mathrm{BDE} + \mathrm{B}de \\ \mathrm{C} = \mathrm{CD}e \end{array}$$

La siguiente serie de posibles combinaciones proporciona, mediante inspección, quizá la información más útil:

$$\begin{array}{ll} \mathrm{AB}c\mathrm{DE} & ab\mathrm{CD}e \\ \mathrm{AB}cde & abc\mathrm{DE} \\ \mathrm{A}b\mathrm{CD}e & abc\mathrm{D}e \\ a\mathrm{B}c\mathrm{DE} & abcd\mathrm{E} \\ a\mathrm{B}cde & abcde \end{array}$$

Aunque las siguientes son algunas inferencias formales:

$$\begin{array}{l} \mathrm{A} = \mathrm{AB}c\mathrm{DE} + \mathrm{AB}cde + \mathrm{A}b\mathrm{CD}e \\ \mathrm{B}c\mathrm{D} = \mathrm{B}c\mathrm{DE} \\ abd = abcd \\ cd = \mathrm{AB}cde + a\mathrm{B}cde + abcd(\mathrm{E} + e) = \mathrm{B}cde + abd \\ b\mathrm{CD} = \mathrm{A}b\mathrm{CD}e + ab\mathrm{CD}e = b\mathrm{CD}e \end{array}$$

No existe ninguna relación entre abc, D y E.

161. *Tercer problema*. Concluyo con la solución de un sistema de premisas aún más complicado:

$$\begin{array}{l} \mathrm{A} + \mathrm{C} + \mathrm{E} = \mathrm{B} + \mathrm{D} + \mathrm{F} \\ \mathrm{B}c + b\mathrm{C} = \mathrm{D}e + d\mathrm{E} \\ \mathrm{AD} = \mathrm{AD}f \\ \mathrm{D} = e \\ \mathrm{C} = \mathrm{C}d \end{array}$$

Las posibles combinaciones son:

$$\mathrm{AB}c\mathrm{D}ef \quad a\mathrm{B}cd\mathrm{EF}$$

La proposición contradictoria. Toda proposición de la forma $\mathrm{A} = \mathrm{B} + b$ debe considerarse como contradictoria de alguna ley del pensamiento; es decir, lo contrario de A es Bb, una contradicción.
Las premisas contradictorias. Debe rechazarse todo sistema de premisas que contradiga uno o varios términos; en el proceso indirecto deben quedar al menos dos combinaciones, una de las cuales debe contener el contrario de cada término simple de la otra (N. del T.).

$$\begin{array}{ll} \mathrm{AB}cd\mathrm{EF} & a\mathrm{B}cd\mathrm{E}f \\ \mathrm{AB}cd\mathrm{E}f & ab\mathrm{C}d\mathrm{EF} \\ \mathrm{A}b\mathrm{C}d\mathrm{EF} & \end{array}$$

De donde se pueden hacer las siguientes inferencias, entre muchas otras:

$$\begin{array}{l} \mathrm{A} = \mathrm{B}c\mathrm{D}ef + \mathrm{AB}cd\mathrm{E} + \mathrm{A}b\mathrm{C}d\mathrm{EF} \\ \mathrm{B}c = \mathrm{AD}ef + \mathrm{B}cd\mathrm{E} \\ \mathrm{D} = \mathrm{AB}cef \\ cd = \mathrm{BE} \\ e = \mathrm{AB}c\mathrm{D}f \\ d\mathrm{E} = \mathrm{AB}cd + b\mathrm{CF} + a\mathrm{B}c = \mathrm{B}cd + b\mathrm{CF} \\ bd\mathrm{E} = b\mathrm{CF} = \mathrm{C}d\mathrm{E} \\ \mathrm{AF} = \mathrm{AB}cd\mathrm{EF} + \mathrm{A}b\mathrm{C}d\mathrm{EF} \\ a\mathrm{F} = a\mathrm{B}cd\mathrm{EF} + ab\mathrm{C}d\mathrm{EF} \\ df = \mathrm{B}cd\mathrm{E}f \\ b = b\mathrm{C}d\mathrm{EF} \\ \mathrm{C} = b\mathrm{C}d\mathrm{EF} = b \end{array}$$

De ello deriva la notable e inesperada relación $\mathrm{C} = b$, que no es fácil de detectar en las premisas.

162. *Verificación*. Las inferencias pueden ser verificadas al combinar las expresiones de dos o más términos, y comparar el resultado con la expresión del término combinado, extraída de la serie de combinaciones posibles. Por ejemplo, en el problema anterior (§ 161), podemos combinar la expresión de A con la de $d\mathrm{E}$, de la siguiente manera:

$$A.dE = (\mathrm{B}c\mathrm{D}ef + \mathrm{AB}cd\mathrm{E} + \mathrm{A}b\mathrm{C}d\mathrm{EF})(\mathrm{B}cd + b\mathrm{CF}) = 0 + \mathrm{AB}cd\mathrm{E} + 0 + 0 + \mathrm{A}b\mathrm{C}d\mathrm{EF}$$

Siendo descartadas las combinaciones contradictorias. Pero las expresiones así obtenidas no siempre pueden estar en sus términos más simples.

163. *La reducción no es necesaria*. Cabe destacar que la reducción de las inferencias a sus términos más simples no es en absoluto esencial para su veracidad, solo las hace más ricas en información. Quizá sea la única parte del proceso en la que existe alguna dificultad.

164. *El funcionamiento del proceso*. Al trabajar con estos problemas lógicos, se ha encontrado muy conveniente tener una serie de combinaciones de términos que comiencen con A, B y continúen hasta A, B, C, D, E, F, o más, *grabadas* firmemente en la pizarra común[14]. En cualquier problema dado, se elige la serie que proporcione suficientes letras para los distintos términos. Las combinaciones contradictorias pueden descartarse rápidamente y las restantes quedan a la vista.

[14] Esto hace directa referencia a la *pizarra lógica* que antecedió al *piano lógico* (N. del T.).

CAPÍTULO 14

COMPARACIÓN CON EL SISTEMA DE BOOLE

165. *La definición de «riqueza» de Nassau William Senior*. Para ilustrar el poder y la facilidad de este método, en comparación con el del profesor Boole, será suficiente, en lo que respecta a aquellos que ya están familiarizados con el sistema del profesor Boole, con presentar la solución de uno de sus ejemplos complejos. Entonces, sigamos la investigación del profesor Boole sobre la definición de riqueza de Senior, a saber[15]: *la riqueza es lo que es transferible, limitado en oferta y que produce placer o evita el dolor*[16].

Sea:

$$\begin{aligned} &\mathrm{A} = \text{Riqueza} \\ &\mathrm{B} = \text{Transferible} \\ &\mathrm{C} = \text{Limitado en oferta} \\ &\mathrm{D} = \text{Produce placer} \\ &\mathrm{E} = \text{Evita el dolor} \end{aligned}$$

La definición en cuestión se expresa mediante la proposición:

$$\mathrm{A} = \mathrm{BC}(\mathrm{DE} + \mathrm{D}e + d\mathrm{E})$$

Que incluye todas las combinaciones de D, E, d, e, excepto de.

Descartando el término dual $(\mathrm{E} + e)$ de $\mathrm{BCD}(\mathrm{E} + e)$, podemos expresar la definición en una forma más concisa:

$$\mathrm{A} = \mathrm{BCD} + \mathrm{BC}d\mathrm{E}$$

Podemos pasar por alto la expresión de A propuesta por el profesor Boole, después de la eliminación intrínseca de $\mathrm{E}(\mathrm{A} = \mathrm{BCD} + \mathrm{ABC}d)$, puesto que es suficientemente obvia.

166. *La expresión para* C. *Se requiere* C *en términos de* A, B, D[17].

Formando todas las posibles combinaciones de A, B, C, D, E, y sus contrarios, y comparándolas con la premisa, encontraremos que son contradichas todas las combinaciones desde $\mathrm{ABC}de$ hasta inclusive $a\mathrm{BC}d\mathrm{E}$. Las combinaciones restantes se presentan a continuación:

$$\begin{array}{cc} \mathrm{ABCDE} & ab\mathrm{CDE} \\ \mathrm{ABCD}e & ab\mathrm{CD}e \\ \mathrm{ABC}d\mathrm{E} & ab\mathrm{C}d\mathrm{E} \\ \ldots & ab\mathrm{C}de \\ a\mathrm{BC}de & abc\mathrm{DE} \\ a\mathrm{B}c\mathrm{DE} & abc\mathrm{D}e \end{array}$$

[15] Aquí, como en otros casos, usualmente tomo las palabras en la intención de su significado y transformo la mayoría de las declaraciones en consecuencia.
[16] Boole, George. *An investigation of the Laws of Thought*. London: LLD, 1854, p. 106.
[17] *Ibid*., p. 107.

$$\begin{array}{ll} a\mathrm{B}c\mathrm{De} & abcd\mathrm{E} \\ a\mathrm{B}cd\mathrm{E} & abcde \\ a\mathrm{B}cde & \end{array}$$

Seleccionando los términos que contienen C, tenemos:

$$\mathrm{C} = \mathrm{ABCDE} + \mathrm{ABCD}e + \mathrm{ABC}d\mathrm{E} + a\mathrm{BC}de + ab\mathrm{CDE} + ab\mathrm{CD}e + ab\mathrm{C}d\mathrm{E} + ab\mathrm{C}de$$

Descartando los términos duales $(\mathrm{E} + e)$ y eliminando intrínsecamente los términos E y e restantes mediante la sustitución de C, tenemos:

$$\mathrm{C} = \mathrm{ABCD} + \mathrm{ABC}d + a\mathrm{BC}d + ab\mathrm{CD} + ab\mathrm{C}d$$

Eliminando C de ABCD (§ 117), porque ABD = ABCD, y descartando los términos duales $(\mathrm{A} + a)$ y $(\mathrm{D} + d)$, obtenemos cualquiera de las siguientes expresiones:

$$\mathrm{C} = \mathrm{ABD} + \mathrm{BC}d + ab\mathrm{C}$$
$$\mathrm{C} = \mathrm{ABC} + a\mathrm{BC}d + ab\mathrm{C}$$

Sobre esta última leemos: *lo que es limitado en oferta es riqueza transferible* (*y produce placer o no,* ABC)*, o algún tipo de lo que no es riqueza pero que, o no es transferible* $(ab\mathrm{C})$, *o siendo transferible no produce placer* $(a\mathrm{BC}d)$.

Esta conclusión es exactamente equivalente a la del profesor Boole[18].

167. *Las conclusiones negativas*. Las llamadas proposiciones secundarias, a saber: 1) «la riqueza que no es transferible y produce placer no existe», y 2) «la riqueza que no es transferible y no produce placer no existe», son conclusiones negativas implicadas al descartar las combinaciones contradictorias $\mathrm{A}b\mathrm{CDE}$, $\mathrm{A}b\mathrm{CD}e$, $\mathrm{A}bc\mathrm{DE}$, $\mathrm{A}bc\mathrm{D}e$, y $\mathrm{A}b\mathrm{C}d\mathrm{E}$, $\mathrm{A}b\mathrm{C}de$, $\mathrm{A}bcd\mathrm{E}$, $\mathrm{A}bcde$, las cuales pueden reducirse fácilmente a:

$$\mathrm{A}b\mathrm{D}(\mathrm{C} + c)(\mathrm{E} + e) = 0 \quad \mathrm{A}b\mathrm{D} = 0$$
$$\mathrm{A}bd(\mathrm{C} + c)(\mathrm{E} + e) = 0 \quad \mathrm{A}bd = 0$$

La expresión «no existe» está sujeta a excepciones.

168. *La expresión para* D. De nuevo, se requiere una expresión para «produce placer (D)», en términos de «riqueza (A)» y «evita el dolor (E)»[19].

La colección completa de combinaciones que contienen D es:

$$\begin{array}{ll} \mathrm{ABCDE} & ab\mathrm{CDE} \\ \mathrm{ABCD}e & ab\mathrm{CD}e \\ a\mathrm{B}c\mathrm{DE} & abc\mathrm{DE} \\ a\mathrm{B}c\mathrm{D}e & abc\mathrm{D}e \end{array}$$

Entonces, podemos escribir D de la siguiente manera:

[18] *Ibid*., p. 108.
[19] *Ibid*., p. 111.

$$\mathrm{D} = \mathrm{ABCDE} + \mathrm{ABCD}e + a(\mathrm{B}c + b\mathrm{C} + bc)(\mathrm{E} + e)\mathrm{D}$$

Pero, también podemos observar que:

$$\mathrm{ADE} = \mathrm{ABCDE} \text{ y } \mathrm{A}e = \mathrm{ABCD}e$$

Por lo tanto, podemos sustituir ADE y Ae por los dos primeros términos de la expresión para D. También podemos descartar el término dual $(\mathrm{E} + e)$ en el tercer término y eliminar el término plural $(\mathrm{B}c + b\mathrm{C} + bc)$ intrínsecamente (§ 52) mediante la sustitución de D. Así, obtenemos la expresión en los términos requeridos:

$$\mathrm{D} = \mathrm{ADE} + \mathrm{A}e + a\mathrm{D}$$

Lo que puede traducirse en estas palabras: *lo que produce felicidad es algún tipo de riqueza que evita el dolor, o cualquier tipo de riqueza que no evita el dolor, o algún tipo de lo que no es riqueza*[20].

169. *La expresión para d*. Para la expresión del término d seleccionamos fácilmente:

$$d = \mathrm{A}d\mathrm{E} + ade + ad\mathrm{E} = \mathrm{A}d\mathrm{E} + ad$$

Cuyo significado es: *lo que no produce placer es algún tipo de riqueza que evita el dolor, o algún tipo de lo que no es riqueza*[21].

170. *Otras inferencias*. Estas son las principales inferencias proporcionadas por el profesor Boole. A partir de la lista de posibles combinaciones podríamos agregar fácilmente muchas más inferencias, de hecho, tantas como se puedan hacer sobre cualquiera de los cinco términos A, B, C, D, E, y sus contrarios.

De manera que, para CE expresado en los términos restantes, tenemos:

$$\mathrm{CE} = \mathrm{ABCDE} + \mathrm{ABC}d\mathrm{E} + ab\mathrm{CDE} + ab\mathrm{C}d\mathrm{E} = (\mathrm{ABCE} + ab\mathrm{CE})(\mathrm{D} + d)$$

Descartando el término dual $(\mathrm{D} + d)$ y eliminando extrínsecamente C en ABCE, puesto que observamos que ABE = ABCE, obtenemos:

$$\mathrm{CE} = \mathrm{ABE} + ab\mathrm{CE}$$

Lo que puede traducirse como: *lo que es limitado en oferta y evita el dolor, es riqueza, transferible y evita el dolor, o es algún tipo de lo que no es riqueza y no es transferible.*

Pero, a menudo, podemos encontrarnos con que no hay ninguna relación especial que expresar. Por lo tanto, al intentar expresar $ab\mathrm{CD}$ en términos de E, encontramos:

$$ab\mathrm{CD} = ab\mathrm{CD}(\mathrm{E} + e) = ab\mathrm{CD}$$

171. *El carácter general de las combinaciones*. Además de proporcionar estas deducciones formales, la serie de posibles combinaciones nos dará a menudo un vistazo, una

[20] *Ibid*., p. 111.
[21] *Ibid*., p. 112.

noción clara y valiosa de la manera en que está constituido el universo de nuestra combinación.

En este caso, podemos observar que para la riqueza tenemos las tres combinaciones BCDE, $\mathrm{BCD}e$ y $\mathrm{BC}d\mathrm{E}$, y entonces para lo que *no es riqueza* (a) tenemos todas las posibles combinaciones de B, C, D y E, excepto esas tres. Con $a\mathrm{B}$ tenemos $\mathrm{C}de$ y $c(\mathrm{DE} + \mathrm{D}e + d\mathrm{E} + de)$, y con ab tenemos todas las posibles combinaciones de C, D y E. Por lo tanto, la definición no establece ninguna relación entre lo que no es riqueza y no es transferible, y lo que es limitado en oferta, produce placer o evita el dolor.

172. *La generalidad del sistema*. Es característico de este sistema lógico, y que es común al del profesor Boole, que es perfectamente general. Las mismas reglas que rigen las inferencias a partir de una o dos premisas, que incluyen dos o tres términos, son aplicables sin la más mínima modificación a cualquier número de premisas que incluyan cualquier número de términos. Por supuesto, trabajar con las inferencias se vuelve rápidamente más laborioso a medida que aumenta la complejidad del problema, y surge una considerable propensión a cometer errores. Pero esto es inherente a la naturaleza de las cosas, y al proceso de inferencia, que consiste en la mera comparación de términos en cuanto a su igualdad o diferencia, el cual me parece el proceso más simple que se pueda concebir.

173. *La comparación con el sistema de Boole*. Comparado con el sistema del profesor Boole, en su forma matemática, este sistema muestra las siguientes ventajas.

a) Todo proceso es de una fuerza y naturaleza autoevidente, y está regido por leyes tan simples y primarias como las de los axiomas de Euclides.

b) El proceso es infalible y no produce resultados anómalos o carentes de interpretación.

c) Las inferencias pueden hacerse con mucho menos esfuerzo que en el sistema del profesor Boole, el cual generalmente requiere cálculos y desarrollos separados para cada inferencia.

Capítulo 15

Observaciones sobre el sistema de Boole y la relación entre lógica y matemáticas

174. Mientras el sistema de lógica matemática del profesor Boole fue capaz de dar resultados más allá del alcance de cualquier otro sistema, tuvo en este hecho una fortaleza inexpugnable. Aquellos que no estaban preparados para hacer las mismas inferencias de alguna otra manera no podían discutir el método del profesor Boole. Pero si es cierto que el sistema de los capítulos anteriores tiene el mismo alcance que el sistema del profesor Boole, la situación cambia. Ahora hay dos sistemas de notación que brindan los mismos resultados formales, uno de los cuales los arroja con una fuerza y significado autoevidente, y el otro mediante procesos oscuros y simbólicos. La carga de la prueba se desplaza, y corresponde al autor o a los partidarios del sistema oscuro demostrar que de alguna manera es superior al sistema evidente.

175. No se puede negar que el sistema de Boole es consistente y perfecto en sí mismo. Es, quizá, una de las piezas de razonamiento más maravillosas y admirables jamás creadas. De hecho, si el profesor Ferrier, en su obra *Institutes of Metaphysics*, tiene razón al sostener que la principal excelencia de un sistema radica en ser *racional* y consistente en sí mismo, entonces el del profesor Boole es casi, o totalmente, el sistema más perfecto jamás concebido por un solo autor.

176. Pero, un sistema perfecto en sí mismo puede no ser una representación perfecta del sistema natural del pensamiento humano. Las leyes y condiciones del pensamiento establecidas en el sistema pueden no corresponder a las leyes y condiciones del pensamiento en la realidad. Si es así, el sistema no será uno de lógica pura y natural. Tal es, creo, el caso. El sistema del profesor Boole es lógica pura encadenada a una condición que lo convierte, de un sistema puramente lógico, a un sistema numérico. Sus inferencias no son inferencias lógicas, por lo tanto, requieren ser *interpretadas* o traducidas de nuevo en inferencias lógicas que podrían haberse obtenido sin abandonar en ningún momento los procesos autoevidentes de la lógica pura.

Entre las diversas objeciones que podría plantear al sistema de Boole, *considerado como puramente lógico en su propósito*, hay cuatro principales a las que aquí centraré mi atención.

Primera objeción

177. *Los símbolos de Boole son esencialmente diferentes de los nombres o símbolos del discurso común, es decir, su lógica no es la lógica del pensamiento común*.

El profesor Boole utiliza el símbolo + para unir términos, en el entendimiento de que son contrarios lógicos, los cuales no pueden ser el predicado de la misma cosa, ni combinarse entre sí sin contradicción. Él dice: «En rigor, las palabras “y” u “o”, interpuestas entre los términos descriptivos de dos o más clases de objetos, implican que esas clases son completamente distintas, de modo que ningún miembro de una se encuentra en la otra»[22].

178. Discuto completamente esto. En el uso ordinario de estas conjunciones no necesariamente unimos solo contrarios lógicos; y cuando los términos así unidos resultan ser lógicamente contrarios, es en virtud de una *premisa tácita*, algo en el significado de los nombres y en nuestro conocimiento de ellos que nos enseña que son contrarios. Y cuando nuestro conocimiento de los significados de las palabras unidas es deficiente, a menudo será imposible decidir si los términos unidos por las conjunciones son contrarios o no.

179. Tomemos, por ejemplo, la proposición: «un par es, ya sea un duque, o un marqués, o un conde, o un vizconde, o un barón». Si se expresara en los símbolos del profesor Boole, quedaría implícito que un par no puede ser a la vez duque y marqués, o marqués y conde. Sin embargo, muchos pares poseen dos o más títulos, y el príncipe de Gales es duque de Cornualles, conde de Chester, barón de Renfrew, etcétera. Si el parlamento promulgara que ningún par debe tener más de un título, esta sería la premisa tácita que el profesor Boole asume que existe.

Nuevamente, «los graduados son, ya sean licenciados, maestros o doctores», no implica que un graduado pueda ser solo uno de ellos, pues el grado superior no anula el inferior.

Los versos de Shakespeare:

«Belleza, verdad y rareza,
Gracia en toda simpleza,
Aquí, sepultados, en cenizas yacen.
…
A esta urna se dirijan aquellos
Que son genuinos o hermosos».

Ciertamente, no implican que belleza, verdad, rareza, gracia, lo genuino y lo hermoso sean nociones incompatibles, de modo que ninguna instancia de una sea una instancia de otra.

La frase: «El arrepentimiento no es un simple acto, sino un hábito o virtud», no puede implicar que una virtud no sea un hábito, pues según la definición de Aristóteles sí lo es.

John Milton utiliza la expresión en uno de sus sonetos: «Sin estar manchado por el oro o los honorarios», donde es evidente que, si los honorarios no son siempre oro, el oro es un honorario o un soborno.

Alfred Tennyson tiene la expresión «corona o guirnalda». La mayoría de los lectores estarían bastante inseguros acerca de si una corona puede ser una guirnalda, o una guirnalda una corona, o si son completamente distintas o iguales.

De *On the Origin of Species* de Darwin, tomo la expresión: «Cuando vemos algún *órgano* o *parte* desarrollarse en un *grado* o *manera* notables». En esta, «o» se utiliza dos veces, y en ninguna de ellas de manera disyuntiva; pues «parte» y «órgano» no son sinónimos, en todo

[22] *Ibid*., p. 32.

caso un órgano es una parte. Y es obvio que una parte puede desarrollarse al mismo tiempo, tanto en un grado como de una manera extraordinaria, aunque tales casos pueden ser comparativamente raros.

180. A partir de un examen cuidadoso de escritos ordinarios, se encontrará que los significados de los términos unidos por «y» u «o» varían desde la igualdad absoluta hasta la oposición absoluta. No existe en absoluto una condición lógica de oposición, y cuando elegimos expresiones contrarias, es porque nuestra combinación así lo demanda. La materia, y no la forma de una expresión, señala si los términos son excluyentes. Y si hay un punto en el que los lógicos están de acuerdo, es en que la lógica es formal, y no presta atención a nada que no esté expresado formalmente (§ 48).

181. Y si se quisiera una prueba adicional de que los símbolos del profesor Boole no corresponden a los del lenguaje, solo tenemos que recurrir a su propia obra. De hecho, él traduce una misma frase a diferentes conjuntos de símbolos, según el punto de vista que adopte sobre la materia en cuestión. Por ejemplo, interpreta: «produce placer o evita el dolor», de modo que no excluya las cosas que, tanto produzcan placer, como eviten del dolor. «Es evidente», señala, «por la naturaleza de la combinación, que la expresión "produce placer o evita el dolor", en la definición anterior, pretende ser equivalente a "produce placer; o si no produce placer, evita el dolor"»[23].

Y al comentar sobre otras posibles interpretaciones, él dice: «antes de intentar traducir nuestros datos al riguroso lenguaje de los símbolos, es sobre todo necesario determinar el significado de las palabras que estamos utilizando»[24]. Esto simplemente equivale a consultar la materia. Los símbolos del profesor Boole implican constantemente restricciones que no se expresan en las formas del lenguaje, pero que existen, si acaso, como premisas tácitas o que se sobreentienden.

182. En mi sistema, por el contrario, considero que $\mathrm{A} + \mathrm{B}$ no implica en absoluto que A no pueda ser B, pero si ese fuera el caso, la expresión de la premisa debería ser $\mathrm{A} = \mathrm{A}b$ o $\mathrm{A} = b$.

183. Un ejemplo ilustrará cuán esencial es la restricción de los símbolos del profesor Boole para la estabilidad de su sistema.

Tomemos su proposición[25]:

$$x = y + z$$

Y asignemos los siguientes significados a x, y, z:

$x =$ César
$y =$ Conquistador de los galos
$z =$ Primer emperador de Roma

[23] *Ibid*., p. 59.
[24] *Ibid*., p. 60.
[25] *Ibid*., p. 35.

Ahora bien, no hay nada lógicamente absurdo en decir: «César es el conquistador de los galos o el primer emperador de Roma».

Es perfectamente concebible que una persona recuerde lo suficiente de historia como para hacer esta declaración y nada más. Y no hay nada en el carácter lógico de los términos como para decidir si el conquistador pudiera o no ser la misma persona que el primer emperador.

Pero, ahora tomemos la inferencia del profesor Boole a partir de la proposición $x = y + z$, a saber, $x - z = y$, obtenida al restar z a cada lado de $x = y + z$. Entonces tenemos la extraña inferencia: *César, siempre que no sea el primer emperador de Roma, es el conquistador de los galos*.

Esto me lleva a mi segunda objeción al sistema del profesor Boole.

SEGUNDA OBJECIÓN

184. *En la lógica pura no existen tales operaciones de suma y resta*.

Las operaciones de la lógica son la combinación y separación de términos, o de sus significados, que corresponden a la multiplicación y división en matemáticas. No puedo apoyar esta declaración sin abordar de inmediato la esencia de toda la materia.

185. El número, y luego la ciencia del número, surgen de la lógica, y las condiciones del número son definidas por la lógica. Se ha pensado que las unidades son unidades en la medida en que son perfectamente similares. Por ejemplo, tres manzanas son tres unidades, en la medida en que cada una tiene exactamente las mismas cualidades que la otra en cuanto a manzana. La verdad es exactamente lo contrario a esto. *Las unidades son unidades en la medida en que son lógicamente contrarias*. En la medida en que tres manzanas son exactamente iguales entre sí, una no podría distinguirse de la otra. Si hubiera tres manzanas, o tres cosas cualesquiera, tan perfectamente similares en todos los aspectos que no pudiéramos diferenciarlas, no serían más que una sola cosa, tal como lo establece la ley de la unidad mencionada anteriormente, $\mathrm{A} + \mathrm{A} + \mathrm{A} = \mathrm{A}$. Pero entonces, debemos recordar que, entre las características lógicas de una cosa, se encuentra su posición en el espacio con relación a otras cosas, por no mencionar su posición en el tiempo. Ahora bien, cuando hablamos de tres manzanas, nos referimos a tres cosas que, aunque puedan ser perfectamente iguales en todas las demás cualidades, ocupan lugares diferentes, por ende, son cosas distintas. *En la medida en que son iguales, son una; en la medida en que son diferentes, son tres*.

186. El significado de una unidad abstracta es *algo que solo se conoce como lógicamente distinto o contrario a otras cosas*. El significado de una unidad concreta es *la unidad abstracta con ciertas cualidades conocidas o definidas*.

Por ejemplo, en $\mathrm{A}(1' + 1'' + 1''') = \mathrm{A}' + \mathrm{A}'' + \mathrm{A}'''$, el significado de las unidades $1'$, $1''$, $1'''$, es que cada una es algo lógicamente distinto de las demás, y cuando hacemos el predicado de cada una de ellas sobre que A es, digamos una manzana, obtenemos tres A distintas: $\mathrm{A}' + \mathrm{A}'' + \mathrm{A}'''$.

Así que, en la multiplicación, *dos veces dos son cuatro*:

$$(1+1)(1+1)=1+1+1+1$$

El significado lógico del proceso es que, si tenemos dos nociones lógicamente distintas, y dividimos cada una en dos nociones lógicamente distintas, obtenemos cuatro nociones lógicamente distintas. En la fórmula lógica $(\mathrm{A}+a)(\mathrm{B}+b)=\mathrm{AB}+\mathrm{A}b+a\mathrm{B}+ab$, donde A y a, B y b, expresan contrarios lógicos.

187. Ahora bien, la suma, resta, multiplicación y división son igualmente verdaderas como modos de razonar con los números, donde tenemos la condición lógica de la unidad como una restricción constante. Pero la suma y la resta no existen, y no proporcionan resultados verdaderos en un sistema de lógica pura, libre de dicha condición de los números.

Por ejemplo, tomemos la proposición lógica:

$$\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C}=\mathrm{A}+\mathrm{D}+\mathrm{E}$$

Cuyo significado es que, *lo que sea* A, B *o* C, *es* A, D *o* E, *y viceversa*.

Al no haber ninguna restricción exterior del significado, excepto que el mismo término siempre deba tener el mismo significado (§ 14), no sabemos cuál de los términos A, D, E, es B, ni cuál es C; ni, a la inversa, sabemos cuál de los términos A, B, C es D, ni cuál es E. La proposición por sí sola no nos proporciona tal información.

En estas circunstancias, la acción de restar no se aplica. No necesariamente es cierto que, si de cosas iguales tomamos cosas iguales, los resultantes serán iguales. No nos está permitido restar la misma cosa (A) en ambos lados de la proposición anterior, y de ahí inferir:

$$\mathrm{B}+\mathrm{C}=\mathrm{D}+\mathrm{E}$$

Esto no es cierto si, por ejemplo, los términos B y C son iguales a E, y D es igual a A, que ha sido eliminado.

Sin embargo, la inferencia equivalente por combinación será válida. Podemos combinar a con ambos lados de la proposición, obteniendo:

$$a\mathrm{A}+a\mathrm{B}+a\mathrm{C}=a\mathrm{A}+a\mathrm{D}+a\mathrm{E}$$

O, descartando los términos contradictorios aA, tenemos:

$$a\mathrm{B}+a\mathrm{C}=a\mathrm{D}+a\mathrm{E}$$

188. Pero, la resta es válida bajo la restricción lógica de que las diversas alternativas de un término sean mutuamente excluyentes o contrarias. Sea:

$$\mathrm{AMN}+\mathrm{BM}n+\mathrm{C}m\mathrm{N}=\mathrm{AMN}+\mathrm{DM}n+\mathrm{E}m\mathrm{N}\ \ldots (1)$$

En la cual es obviamente imposible que AMN pueda ser DMn o EmN, que son contrarios a AMN, o cualquiera de las otras tres alternativas. Entonces podemos restar libremente AMN de ambos lados, obteniendo la inferencia necesaria:

$$\mathrm{BM}n + \mathrm{C}m\mathrm{N} = \mathrm{DM}n + \mathrm{E}m\mathrm{N} \ldots (2)$$

Sin embargo, esta resta equivale meramente a la combinación de ambos lados de la proposición (1) con el término $(\mathrm{M}n + m\mathrm{N})$; pues al realizar la combinación y descartar los términos contradictorios, se encontrará que resulta la proposición (2).

189. En resumen, cuando las alternativas son contrarias entre sí, restar una de ellas es exactamente equivalente a combinarla con el resto. El axioma de que: «si de cosas iguales tomamos cosas iguales, los resultantes serán iguales»[26], no es más que un caso de la ley de las mismas partes y de los todos resultantes (§ 44) que establece que, si términos iguales se combinan con términos iguales, los todos resultantes serán iguales.

Tomemos la proposición autoevidente:

$$\mathrm{AB} + \mathrm{A}b + a\mathrm{B} + ab = \mathrm{AB} + \mathrm{A}b + a\mathrm{B} + ab$$

Cualquier término, digamos $a\mathrm{B} + ab$, puede restarse de ambos lados al combinar los otros términos $\mathrm{AB} + \mathrm{A}b$ con cada lado de la proposición. Entonces:

$$(\mathrm{AB} + \mathrm{A}b)(\mathrm{AB} + \mathrm{A}b + a\mathrm{B} + ab) = (\mathrm{AB} + \mathrm{A}b)(\mathrm{AB} + \mathrm{A}b + a\mathrm{B} + ab)$$

O bien,

$$\mathrm{AB} + \mathrm{A}b + 0 + \ldots + 0 \;=\; \mathrm{AB} + \mathrm{A}b + 0 + \ldots + 0$$

Y lo que es cierto en este caso autoevidente, debe ser cierto cuando la premisa no es autoevidente.

190. Habiendo establecido así nuestra libertad para restar términos iguales, siempre que todas las alternativas sean contrarias, tenemos la respectiva libertad para sumar mediante el proceso inverso.

191. Los procesos de suma y resta surgen, pues, del proceso lógico de combinación. Los axiomas de la suma y la resta solo son válidos bajo una condición lógica que, ciertamente, no es aplicable al pensamiento o al lenguaje en general. Y esta condición es la que la lógica impone al número, es decir, que cada dos unidades deban ser alternativas lógicas contrarias. Es la lógica la que reduce a una unidad, por la ley de la unidad $(\mathrm{A} + \mathrm{A} = \mathrm{A})$, cualquier par de alternativas que se sabe que son iguales, de manera que la ciencia de los números, al tratar de unidades, trata de alternativas conocidas por ser diferentes o contrarias. Pero, *la lógica misma es una ciencia superior, y puede tratar de alternativas de las que no se sabe si son iguales o diferentes*.

192. Entonces, es la autoevidente ley lógica de la unidad la que sienta las bases del número. Esta ley equivale simplemente a decir que, una cosa no puede y no debe distinguirse de sí misma. Cometemos un error contra esta ley, por ejemplo, al contar monedas para determinar su número, es decir, cuántas monedas lógicamente distintas hay; en este caso, contamos la misma moneda dos o más veces, creando así más monedas, por ejemplo:

[26] *Ibid*., p. 36.

$$\mathrm{C}' + \mathrm{C}'' + \mathrm{C}'' + \mathrm{C}''' + \mathrm{C}'''' + \cdots$$

En lugar de:

$$\mathrm{C}' + \mathrm{C}'' + \mathrm{C}''' + \mathrm{C}'''' + \cdots$$

Es por la ley de la unidad que $\mathrm{C}'' + \mathrm{C}'' = \mathrm{C}''$, es decir, la misma moneda contada dos veces no es más que una moneda en número. En este caso no se presta atención a las diferencias de tiempo; pero en muchos casos, cosas que por lo demás son perfectamente iguales, como las oscilaciones de un péndulo, son distinguibles y se convierten en unidades diferentes al estar una antes o después de la otra en el tiempo.

Tercera objeción

193. Mi tercera objeción al sistema del profesor Boole es que, *la ley de la unidad* ($\mathrm{A} + \mathrm{A} = \mathrm{A}$), *es inconsistente con las autoevidentes leyes del pensamiento*.

El profesor Boole, al asumir como condición de su sistema que cada par de términos deban ser lógicamente distintos, no es capaz de reconocer la ley de la unidad. Esto contradice la base de su sistema. El término x, en su sistema, significa *todas las cosas con la cualidad* x, denotando las cosas en extensión, mientras connota dicha cualidad en intención. Si mediante el número 1 denotamos todas las cosas de cada cualidad, y luego restamos, como en los números, todas aquellas cosas que tienen la cualidad x, el resultado debe consistir en todas las cosas de la cualidad $\neg x$. Por lo tanto, $x + (1 - x)$, significa en su sistema: *todas las* x *junto con todas las* $\neg x$, que, tomadas en conjunto, deben abarcar todas las cosas o 1. Pero intentemos ahora, mediante la multiplicación por x, seleccionar todas las x de esta expresión para *todas las cosas*.

$$x(x + 1 - x) = x + x - x$$

El profesor Boole aquí tacharía una $+x$ contra una $-x$, dejando una $+x$, que es la expresión requerida para *todas las* x. Sin embargo, es autoevidente que $x + x$ equivale a solo una x, ya sea que la consideremos en la extensión del significado, como *todas las* x *sumadas a todas las* x, que simplemente es *todas las* x, o en la intención del significado, como x *o* x, que seguramente es x. Así, $x + x - x$ es realmente 0, y no x, el resultado requerido; y, aparentemente, el proceso de resta dentro de la lógica es inconsistente con la autoevidente ley de la unidad.

194. Es probable, de hecho, que el profesor Boole se niegue totalmente a reconocer una expresión como $x + x - x$, argumentando que no obedece la condición de sus símbolos, de que cada par de alternativas debe ser distinto y contrario, mientras $x + x$ no lo es. Se puede responder que la expresión se ha obtenido mediante operaciones enunciadas como universalmente válidas, las cuales deberían arrojar resultados verdaderos. Y si simplemente se dice que $x + x - x$ no es *interpretable* en el sistema del profesor Boole, se puede responder nuevamente que, cuando se traduce a su equivalente en palabras, la expresión $x + x - x$ tiene un significado muy claro. Este es x *o* x, *siempre que no sea* x, y esto, debo sostener, es simplemente $\neg x$, aunque debería ser x, según el modo en que se obtuvo.

195. Al fundamentar su sistema, Boole asumió que no pueden existir dos términos $A + B$ que tengan el mismo significado o sean nombres de la misma cosa; las leyes del pensamiento no requieren nada de esto, y no pueden requerirlo, porque entre términos conocidos y desconocidos, cualquier par de términos $A + B$ pueden resultar ser nombres de la misma cosa AB. El pensamiento simplemente reduce el significado de dos términos iguales $AB + AB$, según la ley de la unidad, para que sea igual al de un solo término AB. Y una vez que se sabe que todos los términos en cuestión son contrarios entre sí, o naturalmente excluyentes y distintos, entonces se aplica el sistema de Boole y toda la ciencia de los números.

196. Es por esta cuestión que mis objeciones no tienen nada que ver con el sistema del profesor Boole aplicado al cálculo de probabilidades, por lo menos en cuanto entiendo del tema. Pues es una gran ventaja para ese cálculo tratar solo con eventos mutuamente excluyentes, estando permitida la simple suma y resta de probabilidades[27]. Parece probable, en efecto, que esta distinción entre alternativas excluyentes y no excluyentes sea el nudo gordiano en el que se encuentran y entrelazan todas las ciencias lógicas abstractas.

Cuarta objeción

197. La última objeción que presentaré contra el sistema del profesor Boole es que, *los símbolos* $1/1$, $0/0$, $0/1$, $1/0$, *no establecen un significado lógico per se, y solo tienen un significado derivado de algún método de razonamiento que no está contenido en el sistema simbólico*. Los significados, en resumen, son aquellos alcanzados mediante el autoevidente método indirecto de la presente obra.

198. El profesor Boole admite expresamente, por lo menos en lo que respecta a uno de estos símbolos: $0/0$, que no es su método el que le otorga algún significado al símbolo. Es la peculiaridad de su sistema la que le otorga un significado a sus símbolos mediante la *interpretación*. La interpretación de $0/0$ se explica cuando dice: «Aunque la anterior determinación del significado del símbolo $0/0$ se basa en examinar un caso particular, el principio incluido en la demostración es general, y no hay circunstancias bajo las cuales el símbolo pueda presentarse y sea inaplicable el mismo modo de análisis»[28]. De nuevo: «Su interpretación actual, sin embargo, como un símbolo de clase indefinido no puede, en mi opinión, excepto sobre la base de la analogía, deducirse de sus propiedades aritméticas, sino que debe establecerse experimentalmente»[29].

199. Si entiendo correctamente esto, simplemente significa que, en una conclusión, dondequiera que aparezca un término con el símbolo $0/0$, podemos, mediante algún modo de análisis, mediante algún proceso de razonamiento puro, separado del proceso simbólico del cual surgió $0/0$, determinar que el significado de $0/0$ es un *término de clase indefinido*. El símbolo $0/0$ es desconocido hasta que le damos un significado. Por ende, antes de saber qué significado darle y estar seguros de que este significado sea correcto, me parece que debemos tener otro sistema que sea distinto e intuitivo, y así obtener ese significado.

[27] De Morgan, Augustus. *Syllabus of a Proposed System of Logic*. London: Walton and Maberly, 1860, p. 72.
[28] Boole, George. *An investigation of the Laws of Thought*. London: LLD, 1854, pp. 89-90.
[29] *Ibid*., p. 91.

Entonces, el sistema del profesor Boole, en lo que respecta al símbolo $0/0$, no es un sistema que otorgue un conocimiento cierto; es, a lo sumo, un sistema que señala verdades que, mediante otro sistema intuitivo de razonamiento, podemos saber con certeza que son ciertas.

200. Es suficiente demostrar esto con respecto a un solo símbolo: $0/0$, porque la incapacidad de un sistema, incluso en un solo caso, prueba la necesidad de otro sistema que lo apoye. Creo que los otros símbolos: $1/1$, $1/0$, $0/1$, están sujetos a exactamente las mismas observaciones, pero por la manera en que el profesor Boole los trata, incluir todas las condiciones de su sistema sería un asunto largo de explicar.

201. Los símbolos oscuros $1/1$, $0/0$, $1/0$, $0/1$, tienen la siguiente correspondencia con las formas del presente sistema. El símbolo $1/1$, que aparece como coeficiente de un término, significa que el término es una *combinación incluida* de la premisa, así que, si se combina con ambos miembros de la premisa, produce un término autocontradictorio que no pertenece a ningún lado (§ 115).

De manera similar, $0/0$ indica que el término es una *combinación excluida* de la premisa, generando un término autocontradictorio con respecto a ambos lados de la premisa.

Y tanto $1/0$ como $0/1$, significan que el término es *autocontradictorio* o *imposible,* produciendo un término autocontradictorio con un solo lado de la premisa.

202. La correspondencia de estas formas oscuras con las inferencias autoevidentes del presente sistema es tan cercana y obvia que, sugiere irresistiblemente que las operaciones del profesor Boole con su cálculo abstracto de 1 y 0 son una mera contrapartida de las autoevidentes operaciones con los símbolos inteligibles de la lógica pura. El profesor Boole parte de nociones lógicas y de leyes del pensamiento autoevidentes; transmuta repentinamente sus fórmulas en oscuras contrapartidas matemáticas, y después de varias maniobras intrincadas, llega a ciertas formas que corresponden a formas obtenidas directa e intuitivamente mediante la lógica ordinaria o pura (con ese análisis alcanzó y demostró la interpretación de sus símbolos). Y mediante esta interpretación, transfiere el significado y la fuerza de las conclusiones lógicas puras a formas oscuras que, si tienen significado, ciertamente no tienen fuerza demostrativa por sí mismas. El sistema de Boole es como la sombra, el fantasma, la imagen reflejada de la lógica, vista entre los derivados de la lógica.

203. Suponiendo que sea cierto que el cálculo de 1 y 0 del profesor Boole no tenga fuerza ni significado lógico real, no se puede negar que aún hay algo sumamente notable, algo sumamente misterioso en el hecho de que las formas lógicas puedan convertirse en formas numéricas y, al ser tratadas como números, aún conserven una verdad lógica formal. Esto demuestra que existe una cierta relación de identidad entre el razonamiento lógico y el numérico. La lógica y las matemáticas ciertamente no son independientes. Y la clave de su conexión parece residir en los distintos términos lógicos que forman las unidades de las matemáticas.

204. Las cosas, tal como se nos presentan en la realidad de la naturaleza, están revestidas de atributos inagotables, colocados como si estuvieran enmarcados en el tiempo y el espacio.

Mediante nuestros poderes mentales abstraemos primero el tiempo, luego el espacio, y luego atributo tras atributo, hasta que finalmente podemos pensar en las cosas como unidades abstractas, desprovistas de todos los atributos, y que solo retienen la condición lógica original de las cosas, es decir, que cada una es distinta de las otras. En lógica argumentamos sobre las cosas como iguales y únicas, en los números razonamos sobre ellas como diferentes y diversas.

205. Suponiendo que finalmente se acepte que el cálculo de 1 y 0 del profesor Boole no sea lógica en absoluto, que su sistema se base en una condición, la de los términos excluyentes, la cual no pertenece al pensamiento en general, sino solo al pensamiento numérico, y que ignore una ley de la lógica, la ley de la unidad, que es la que realmente distingue un sistema lógico de uno numérico, entonces estos errores apenas restan belleza y originalidad a los horizontes que él reveló. La lógica, después de su obra, es a la lógica anterior a su obra, lo que las matemáticas con ecuaciones de cualquier grado son a las matemáticas con ecuaciones de primer o segundo grado. Él generalizó la lógica de modo que se volvió posible obtener alguna inferencia verdadera a partir de premisas de cualquier grado de complejidad, y el trabajo que he intentado hacer, ha sido poco más que traducir sus formas en procesos de significado y fuerza autoevidentes.

ÍNDICE