ATLANTE
Cuadernos de Educación y Desarrollo (2ª Época)

Febrero 2020 - ISSN: 1989-4155

PROPOSTA DIDÁCTICA PARA O ENSINO DE TEOREMA DE PITÁGORAS NA 8ª CLASSE

Autor: Joaquim Garcia Miguel*,

Escola Superior Politécnica do Zaire/Soyo.

E-mail: jogamigarcia82@hotmail.com.

Responsável pela Secção dos Assuntos Académicos e Vida estudantil.

Para citar este artículo puede utilizar el siguiente formato:

Joaquim Garcia Miguel (2020): "Proposta didáctica para o ensino de teorema de pitágoras na 8ª classe", Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo (febrero 2020). En línea:

https://www.eumed.net/rev/atlante/2020/02/ensino-teorema-pitagoras.html
http://hdl.handle.net/20.500.11763/atlante2002ensino-teorema-pitagoras

Resumen en Español

El abordaje del trabajo se centraliza en la elaboración de una propuesta metodológica para la enseñanza del Teorema de Pitágoras en 8º grado. Está directamente enfocada a seis aspectos didácticos fundamentales, a saber; el aseguramiento del nivel de partida; la motivación y la orientación hacia los objetivos; la búsqueda del Teorema de Pitágoras; la idea da demostración y la fijación.

Para la justificación del problema y desarrollo de la propuesta fueron utilizados diferentes métodos empíricos de investigación, como son el de análisis y síntesis, histórico-lógico y las técnicas de recolección de datos, denominados como los test pedagógicos, las encuestas dirigidas a los profesores y se aplicaron métodos matemáticos que permitieron seleccionar el volumen de información en correspondencia con la muestra, en el contexto de investigación que es la escuela do I Ciclo do enseñanza secundaria "San Francisco de Assis" en Soyo, Zaire en Angola. Como resultado de la aplicación, se verificó que los alumnos presentan grandes dificultades en el aprendizaje del Teorema de Pitágoras.

El trabajo está estructurado en dos partes; en la primera se abordan los aspectos generales de la enseñanza e aprendizaje y del tratamiento metodológico a los teoremas y sus demostraciones. La segunda parte recae sobre una propuesta metodológica para la enseñanza del Teorema de Pitágoras en el 8ª grado.

Palabras clave: propuesta metodológica-enseñanza- aspectos didácticos-teorema de Pitágoras-tratamiento metodológico.

Abstract

The work approach is centered on the elaboration of a methodological proposal for the teaching of the Pythagorean Theorem in 8th grade. It is directly focused on six fundamental didactic aspects, namely; the assurance of the starting level; motivation and goal orientation; the search for the Pythagorean Theorem; The idea gives demonstration and fixation.

For the justification of the problem and development of the proposal, different empirical research methods were used, such as analysis and synthesis, historical-logical and data collection techniques, referred to as pedagogical tests, surveys aimed at teachers and mathematical methods were applied that allowed to select the volume of information in correspondence with the sample, in the context of research that is the school of I Cycle of secondary education "San Francisco de Assis" in Soyo, Zaire in Angola. As a result of the application, it was verified that the students present great difficulties in learning the Pythagorean Theorem.

The work is structured in two parts; In the first, the general aspects of teaching and learning and the methodological treatment of theorems and their demonstrations are addressed. The second part falls on a methodological proposal for the teaching of the Pythagorean Theorem in the 8th grade.

Keywords: methodological proposal-teaching- didactic aspects-Pythagorean theorem-methodological treatment.

Resumo em Português

A abordagem deste trabalho centraliza-se na Elaboração de uma proposta metodológica para o ensino de Teorema de Pitágoras na 8ª Classe.

A presente proposta faz foco directamente em seis aspectos didácticos fundamentais, a saber: o asseguramento do nível de partida; a motivação; a orientação para os objectivos; a busca do Teorema de Pitágoras; a ideia da demostração; a fixação.

Para a justificação do problema e desenvolvimento da proposta foram utilizados diferentes métodos empíricos de investigação, como é o caso de análise e síntese, histórico-lógico e as técnicas de recolha de dados, nomeadamente os testes pedagógicos, o inquérito dirigido aos professores e aplicou-se os métodos matemáticos que nos permitiram selecionar o volume de amostra na escola do I Ciclo do ensino secundário “São Francisco de Assis” no Soyo. Como resultado desta aplicação, verificou-se que os alunos apresentam grandes dificuldades na aprendizagem do Teorema de Pitágoras.

O trabalho está estruturado em dois partes na primeira se abordam os aspectos gerais do ensino-aprendizagem e do tratamento metodológico dos teoremas e suas demostrações. A segunda parte recai sobre uma proposta metodológica para o ensino do Teorema de Pitágoras na 8ª Classe.

1. INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática em geral ajuda a preparar o indivíduo para cidadania e tem uma grande importância na aprendizagem e aplicação duma carreira técnica. A aprendizagem da Matemática escolar joga um papel importante na formação da personalidade de indivíduos para que sejam capazes de assumir os desafios científicos e técnicos que demanda o actual desenvolvimento social. Nesta óptica, é necessário que os alunos na escola aprendam a aprender.

A concepção difundida entre leigos e especialistas é de que o conhecimento matemático possui características gerais de objectividade, de precisão, de rigor, que o universalizam. Para colmatar os problemas com que o ensino e a aprendizagem da Matemática se deparam é preciso que haja uma reaproximação entre o seu significado e aquele que tinha no núcleo que está intimamente ligado ao desenvolvimento dos primeiros rudimentos da razão, à fundamentação do raciocínio em diversas.[1]

Um dos objectivos gerais da Matemática é que os alunos apliquem os conhecimentos matemáticos como ferramentas para compreender e transformar o mundo; por isso, é importante que através do ensino da Matemática se estimule o interesse e a curiosidade dos alunos, o seu espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

Entre outras tarefas, através dela deve-se o poder matemático, do pensamento e da imaginação dos alunos que inclui a capacidade de cálculo, de raciocinar logicamente e de encarar as situações existentes nas distintas esferas da vida social. No entanto, o ensino de Matemática não pode ser exclusivamente dirigido à transmissão de factos nem à ministração de uma ciência já feita. Deve tornar-se a condução de uma lógica de pensar. «Ensina-se a pensar». É por isto, que muitos professores desta disciplina têm inumeráveis dificuldades na transmissão da mesma, mesmo tendo o domínio do conteúdo (saber e saber transmitir). Na vida social, a Matemática é, para muitos, considerada como algo abstracto desligado da realidade, da nossa vivência, sem, no entanto, ter em conta que está sempre presente em toda a nossa vida, em vários aspectos da esfera da vida social.

[1] José Buvica Melando e José Ngaca Luemba. Uma estratégia didáctica para o tratamento do conceito vector e suas operações na 11ª Classe desde a perspectiva da aprendizagem significativa. Cabinda. *2007*.

A Matemática foi utilizada por sábios nas culturas antigas para as suas construções tais como: construção de pirâmides, de diques para a drenagem de águas e cálculo de ângulos dos mesmos, e não esquecendo que, na distribuição de terras utilizou-se o cálculo geométrico.

Partindo da análise do programa da reforma educativa da 8ª Classe, no tocante ao ensino do Teorema de Pitágoras, destaca-se uma boa estrutura, de realçar que tem de haver um aumento significativo das actividades que se adequam ao tratamento do Teorema de Pitágoras, haja mais imagens ilustrativas, esquemas gráficos e fundamentalmente o uso de figuras de análise.

É notório para muitos professores quando trata-se do Teorema de Pitágoras nos programas procuram a não leccionar este conteúdo pelo fraco domínio que os mesmos suportam na questão da articulação adaptadas para a contextualização do conteúdo geométrico.

A partir da aplicação de métodos de investigação empíricos na escola do I Ciclo do ensino secundária "São Francisco de Assis" no Soyo, Zaire em Angola, constatou-se que os alunos apresentam dificuldades na compreensão do conteúdo relacionado com o Teorema de Pitágoras e que os professores precisam de sugestões para melhorar o tratamento deste conteúdo.

O uso de meios de ensino no tratamento dos conteúdos relacionados com o ensino do Teorema de Pitágoras na 8ª Classe para alguns casos é dado de maneira débil, deixando de parte os princípios didácticos por não manejarem adequadamente os materiais que ajuda eficientemente no alcance deste objectivo.

O fraco domínio dos conteúdos, por parte dos alunos, relacionado com a aprendizagem de Teorema de Pitágoras, mostra-se nos resultados da prova diagnóstica onde focalizam-se insuficiências ligadas à definição do quadrado, ao cálculo da raiz quadrada, à identificação dos segmentos de rectas, o trabalho com funções exponenciais, etc.

Constatou-se acima de tudo as seguintes dificuldades:

A falta de material escolar como é o caso de régua, transferidor, etc. A insuficiência dos conhecimentos prévios como da definição do quadrado, raiz quadrada, segmento, etc., constatadas nas aulas observadas.

Em alguns casos, os métodos de ensino aplicados pelos professores, no tratamento do Teorema de Pitágoras, não têm sido os mais viáveis por serem predominantemente expositivos.

Pela situação do fraco domínio dos conhecimentos por parte de alguns professores, faz com que a participação dos alunos no processo de aprendizagem seja muito passiva.

Nesta óptica, tendo em conta estas situações levantadas através dos métodos empíricos, concluiu-se a existência do problema: Como favorecer uma aprendizagem do Teorema de Pitágoras na 8ª Classe?

Este problema manifesta-se no objecto de estudo que é o processo de ensino - aprendizagem do Teorema de Pitágoras na 8ª Classe.

Todo resultado de uma actividade científica requer duma estrutura metodológica que pressupõe metas a atingir na sua elaboração. Do problema levantado, traçámos como meta para a sua resolução: apresentar uma proposta metodológica para melhorar o ensino do Teorema de Pitágoras na 8ª Classe, o que fica como Objectivo.

Fazendo abordagem do problema e cumprir com o objectivo, derivaram-se as seguintes perguntas científicas, que guiam o processo de pesquisa:

Que insuficiências relevantes existem no processo de ensino – aprendizagem do Teorema de Pitágoras na 8ª Classe?

Que proposta metodológica deve-se apresentar para aperfeiçoar o tratamento do Teorema de Pitágoras na 8ª Classe?

2. METODOLOGIA

A metodologia seguida para a elaboração da proposta tem um caracter qualitativo de tipa descritiva; e foi aplicada seguindo a sequência determinada pelas tarefas indicadas a seguer:

Determinação de dificuldades relevantes que se manifestam no ensino do Teorema de Pitágoras, na 8ª Classe.

Caracterização do tratamento metodológico do Teorema de Pitágoras e suas demonstrações.

Elaboração de uma proposta para aperfeiçoar o tratamento metodológico do Teorema de Pitágoras na 8ª Classe.

Foram usados métodos empíricos como:

Observação: utilizou-se para a busca de dificuldades no tratamento do Teorema de Pitágoras, através da observação de aulas, revisão de cadernos dos alunos.

Inquérito: utilizado na busca de dificuldades, insuficiências e causas relacionadas com o trabalho dos professores, no ensino de Teorema de Pitágoras; como técnica de recolha de dados.

Dentro dos métodos teóricos a análise-sístese e histórico.

3. RESULTADOS

3.1. Algumas insuficiências encontradas no ensino do Teorema de Pitágoras na 8ª Classe.

A escola escolhida foi a do I Ciclo do ensino secundário "Santo Francisco de Assis" no Soyo, com uma amostra ilustrativa dos alunos da 8ª Classe em dois períodos (Matinal e Nocturno), com um universo de 1281 alunos no ano lectivo 2018. Do universo previsto, trabalhou-se com uma amostra de 294 alunos, obtida pela fórmula (ver o anexo nº 01), infelizmente só participou um número correspondente a 140 alunos nos dois períodos por razões de vária ordem não identificados, o que representa 10,9%.

Para a escolha da amostra, aplicou-se o método probabilístico estratificado.

Foi aplicado uma prova diagnostica (ver o anexo 02), onde obteve-se os seguintes resultados de acordo com as tabelas que se mostram (ver o apêndice nº 01), 25% dos alunos obtiveram resultados positivos, ao passo que 75% tiveram resultados negativos (ver no apêndice nº 02), o que mostra realmente que há dificuldades nos conteúdos relacionados com o Teorema de Pitágoras.

Analisando a prova por perguntas, verificou-se que o maior problema reside sobretudo nos cálculos (ver no apêndice nº 01), isto é, mesmo com a fórmula identificada, e depois de extraírem os dados nos problemas apresentados, para muitos é lhes difícil conseguir substituir, na fórmula, os valores correspondentes e efectuarem os cálculos para determinar os valores dos catetos ou mesmo da hipotenusa.

Segundo as observações das aulas feitas, os professores leccionam de forma empírica, por não cumprirem com os pressupostos didácticos e pedagógicos. Os alunos também não fazem o uso e manejo adequado dos materiais. A respeito da questão relacionada com o domínio, por parte dos alunos, do Teorema de Pitágoras revela-se um fraco domínio desses conteúdos.

Dados os resultados apresentados pelos inqueridos, constatamos o seguinte:

- Há falta de material escolar, e os conhecimentos prévios são insuficientes no tocante aos conceitos de quadrado, triângulo, ângulo, perímetro de um quadrado, área dum triângulo, etc.

- Os métodos de ensino aplicados, pelos professores para a transmissão do Teorema de Pitágoras, não têm sido os mais viáveis por predominar o método expositivo oral, e não acompanhados dos restantes métodos como é o caso da elaboração conjunta, o trabalho independente e a conversão heurística.

Observávamos que os alunos não dominam conceitos geométricos, como é o caso de quadrado, raiz quadrada, ângulo, etc.

Na observação das aulas da 8ª Classe na Escola do I Ciclo do Ensino secundário "São Francisco de Assis" no Soyo, constatou-se que os professores desta classe, que leccionam a Matemática, têm um nível académico aceitável, assim como o tempo de serviço. Observámos apenas cinco aulas que trataram deste conteúdo.

A maior parte dos professores observados planifica as suas aulas, mas, no entanto, os objectivos traçados na aula não são cumpridos; em relação à motivação e orientação aos objectivos, foram feitas de maneira mecânica e débil, sendo assim, a participação dos alunos na aula foi medíocre. Muitos alunos têm habilidades de Interpretar os problemas e de extrair os dados, mas não conhecem o procedimento para identificar a fórmula, ou a substituição dos valores dos dados na fórmula encontrada. A justificação não foi feita.

A presença dos alunos é insuficiente, e o nível motivacional pela aprendizagem é baixo, isto provoca que haja pouca participação dos alunos no processo e falta de vontade de aprender.

3.2. Aspectos históricos do Teoremas de Pitágoras

Dada sentença apresentar-se-á uma breve história de um dos mais conhecidos Teoremas da Geometria, mostrando como ele surgiu e como foi provada a sua veracidade, além das aplicações que se podem fazer dele em outras ciências. O objectivo é despertar no aluno o interesse pela investigação e pela história da Matemática.

Pitágoras (570 - 500 a.C.) foi um matemático grego, tendo sido, também, líder religioso, místico, sábio e filósofo. Nasceu na cidade de Samos, uma ilha no mar Egeu em Crotona na Magna Grécia, correspondente hoje ao Sul da Itália.

Viajando a Mileto, uma cidade Grega, a 50 quilómetros ao Sudeste de Samos, encontrou-se com o seu grande mestre matemático Thales (624 – 546 a.C.) considerado o fundador da Matemática Grega, que o teria aconselhado a visitar o Egipto, onde não só estudou a Geometria, como seu mestre, mas também aprendeu a ler hieróglifos (a escrita egípcia) com os próprios sacerdotes egípcios. E mais ainda, parece ter sido iniciado nos mistérios da religião egípcia.

Outros dados interessantes da vida de Pitágoras dizem respeito a algumas ideias bastante avançadas para sua época. Por exemplo: dizem que era vegetariano e um forte defensor da vida em geral, tendo-se declarado contrária ao sacrifício de animais, muito comum em sua época. Como seu contemporâneo distante Buda, acreditava que todos os seres humanos eram iguais e mereciam a liberdade; seria este o motivo pelo qual teria libertado seu escravo Zalmoxis.

Pitágoras e os pitagóricos (alunos da escola que fundou) [2] eram conhecidos amantes da liberdade. Segundo pesquisa dos historiadores, Pitágoras viajou para o Egipto e até mesmo quando esteve preso na Babilónia, buscou sabedoria em toda parte, onde, provavelmente, se teria encontrado com o profeta Daniel. É também provável que tenha estudado na Índia. Sua crença na reencarnação talvez tenha origem Indiana (KALEF, A.M.R., REI, D.M. e Garcia). [3]

Também surgiram alguns sábios na Mesopotâmia antiga que lá utilizaram a Matemática para as suas construções tais como: construção de pirâmides, de diques para a drenagem de águas e cálculo de ângulos dos mesmos, e não esquecendo de que, na distribuição de terras utilizou-se o cálculo geométrico.

De todas as civilizações que se desenvolveram, a do Egipto é uma das mais importantes. Ela se formou no nordeste de África, numa região caracterizada pela existência de desertos e pela vasta planície do Rio Nilo. Nas nascentes do Nilo onde hoje se encontram os limites da Etiópia, Sudão e Uganda - caem abundantes chuvas nos meses de Junho a Setembro, que provocam a elevação das águas em todo seu percurso. Quando voltam ao normal, o solo está recoberto por um limo ou humo, muito fértil, que facilita a prática da agricultura. Com a nova subida e descida das águas, as marcações iniciais dos terrenos perdiam-se, sendo por isso, necessário refazer as marcações nas parcelas para se manterem as áreas.

Para Pitágoras determina que o Teorema citado por ele sé é para todos os triângulos rectângulos, nos da o valor do quadrado do lado oposto ao ângulo recto (hipotenusa) em função dos outros lados (catetos).

Os números pitagóricos servem para o efeito a mola impulsionadora da resolução dos problemas relacionados com o Teorema de Pitágoras desde o básico 3, 4 e 5 até aos seus múltiplos; `pelo que é importante o ensino dos números pitagóricos.

3.3. Conhecimentos prévios básicos para o tratamento do Teoremas de Pitágoras.

Como os conhecimentos prévios dos alunos jogam um papel importante na assimilação dos novos conteúdos, a seguir realçamos os conhecimentos prévios fundamentais que os alunos devem dominar para poderem assimilar o Grupo de Teoremas de Pitágoras:

Ângulo: é a figura formada por duas semi-rectas com a mesma origem.

Ângulo agudo: é o ângulo que mede menos de 90º.

Ângulo recto: é um ângulo cuja medida é de 90º.

Ângulo obtuso: é um ângulo cuja medida é mais de 90º e menos de 180º.

Ângulo raso: é um ângulo cuja medida é de 180º.

Ângulo giro: é um ângulo cuja medida é de 360º.

O rectângulo: são paralelogramos que possuem os quatro ângulos internos rectos.

---

[2] João Bosco Pitombeira (Coord), et alii. Telecurso 2000. 2ºgrau. Pág.142

[3] Fascículo de História de Matemática na Biblioteca do ISCED - CABINDA

Os quadrados: são paralelogramos que possuem os quatro ângulos internos rectos, e os quatro lados congruentes entre si.

Triângulo: é um polígono que tem três lados.

Segmento: parte limitada de uma recta.

Vértice: ponto onde se encontram duas linhas de um ângulo.

Ponto: é um lugar de intersecção de duas linhas.

Hipotenusa: é o maior dos lados do triângulo rectângulo e é o lado oposto do ângulo recto num triângulo rectângulo.

Catetos: são os outros lados do ângulo recto do triângulo rectângulo.

A área de qualquer triângulo: é igual à metade da área de um rectângulo que tenha a mesma base e a mesma altura.

Existem outras definições importantes que os alunos têm que relembrar para garantir aseguramento do nível de partida apa aprendizagem do Teorema de Pitágoras; entre estas encontram-se: Segmentos, Triângulo, Vértices, Lado dum triângulo, Triângulo rectângulo, Propriedades dos ângulos do triângulo rectângulo, entre outras.

4. DISCUÇÃO E ANÁLISE

4.1. Proposta metodológica para o ensino do Teoremas de Pitágoras e suas demonstrações.

Antes de fazer a proposta das recomendações metodológicas, quere-se realçar algumas recomendações que se recolhem nas literaturas para facilitar a aprendizagem e que tem considerado, como efeitos da proposta inovadora.

<u>Recomendações metodológicas para o melhoramento do ensino do Teoremas de Pitágoras</u>.

A seguir, apresentam-se propostas de exercícios e sugestões metodológicas com o propósito de que o professor as utilize como alternativa para o ensino do Teoremas de Pitágoras.

A proposta está direccionada a seis aspectos didácticos fundamentais:

1. Asseguramento de nível de partida;
2. Motivação;
3. Orientação para os objectivos;
4. Tratamento do Teorema de Pitágoras;
5. Busca da ideia da demonstração; e
6. A fixação.

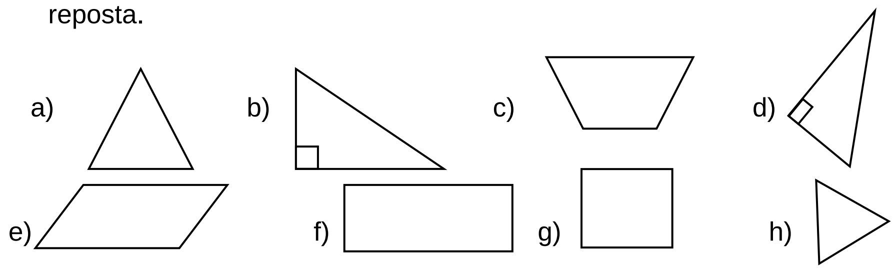
4.1.1. Asseguramento do nível de partida.

Para que se ministre adequadamente uma aula, temos de assegurar os conhecimentos prévios dos alunos, para se ter em mente o grau do domínio dos conteúdos e para verificarmos se os alunos dominam uma gama de conteúdos que estão relacionados com os novos que se pretende ensinar.

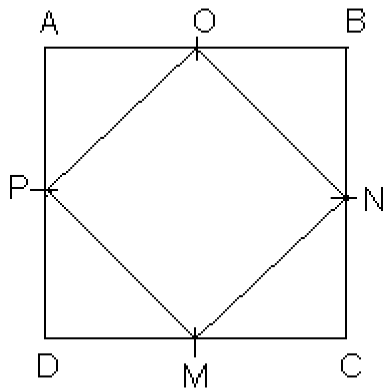
A Matemática tem uma linha de conduta que uniformiza os conteúdos. Temos de sistematizar os conteúdos antigos já do domínio dos alunos para que se aplique os novos, para dar uma sólida formação.

De salientar que, o asseguramento das condições prévias dos alunos não está apenas indicado a um momento da aula, mas acontece em todos os momentos desta actividade. Para que se cumpra com êxito esta fase propomos os seguintes exercícios:

1- Dados as seguintes figuras, diga quais delas são triângulos rectângulos, justifique a reposta.

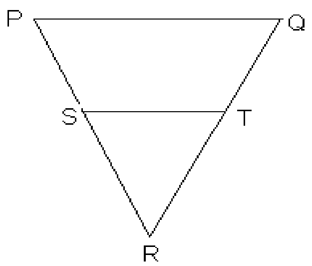


2- A figura $ABCD$ é um quadrado. M, N, O e P são os pontos médio correspondentes aos lados do quadrado $ABCD$. Sabe-se que $\overline{AB} = 12\ \mathrm{cm}$.



a) Quantos triângulos podem identificar-se na figura? Denomine os ditos triângulos.
b) Calcule a área do quadrado $ABCD$.
c) Verifique se os quatro triângulos rectângulos são iguais.
d) Verifique se o quadrilátero $MNOP$ é um quadrado.
e) Calcule a soma das áreas de todos os triângulos.
f) Calcule a área do quadrado $MNOP$.
g) Calcule os perímetros do quadrado $MNOP$ e do triângulo MCN.

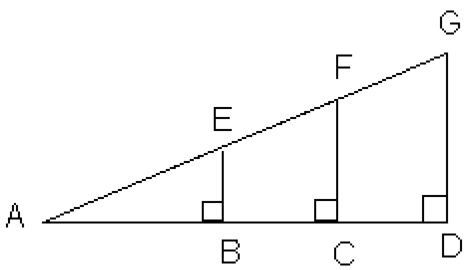
3- Na figura abaixo, o $\overline{ST} // \overline{PQ}$ e o triângulo $\overline{PQR}$ é isósceles de base $\overline{PQ}$.



a) Justifique a semelhança entre os triângulos $[\overline{PQR}]$ e $[\overline{RST}]$.
b) $\overline{ST} = 6\ cm$ e $\overline{PQ} = 9\ cm$. Qual é a razão de semelhança entre os dois triângulos?
c) Determine a medida de $\overline{PR}$, sabendo que $\overline{RS}$ é igual a $4\ cm$.

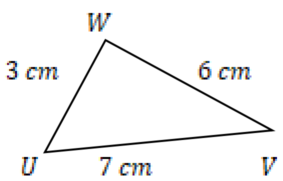
4- Na figura cumpre-se que $\overline{DG}$ // $\overline{FC}$ // $\overline{BE}$.

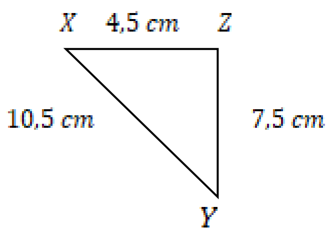
a) Quantas duplas de triângulos semelhantes há na figura? Justifique.



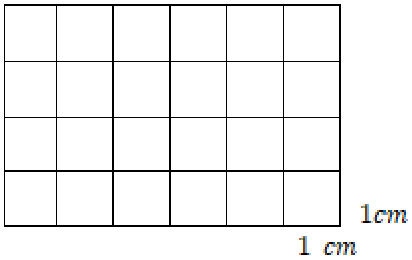
5- Os perímetros de dois triângulos semelhantes são, respectivamente, $16\ cm$ e $48\ cm$. Calcule a área do segundo triângulo, sabendo que a área do primeiro é de $20\ cm^2$.

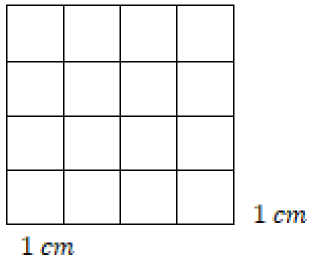
6- Diga justificando, se são ou não semelhantes, os seguintes triângulos:





7- Observa as figuras.





a) Qual é a área de cada uma das figuras?

8- Dado o quadrado de lado $\overline{AB}$, constrói um rectângulo que tenha a mesma área. Um dos lados deste rectângulo deve ter o comprimento de $\overline{KL}$.

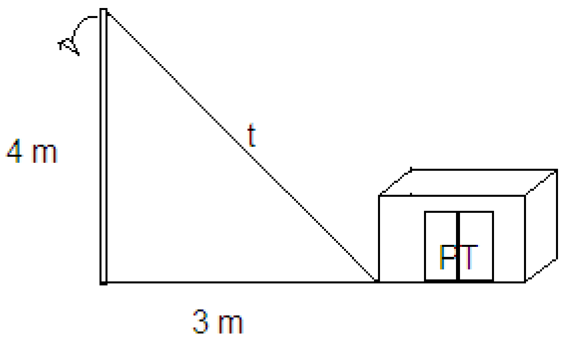
4.1.2. A motivação e a orientação para o objectivo.

A motivação é uma das fases importantes da condução de um trabalho da docência na sala de aulas. É recomendável que se aplique esta acção em todo o momento da aula, pois ela estimula a mente do aluno a uma boa aprendizagem.

Como o professor pode motivar o ensino do Teoremas de Pitágoras?

Para que o professor motive o ensino do Teoremas de Pitágoras, pode partir de situações problemáticas, como o seguinte problema:

1. Quantos metros de fios são necessários para um electricista tirar a corrente de um PT à um poste (o poste é perpendicular ao chão), sabendo que a altura do poste é de $4\ m$, e forma uma sombra no chão de $3\ m$? (como se mostra na figura).



O que é que diz o problema?

Quê tipo de triângulo se tem formado?

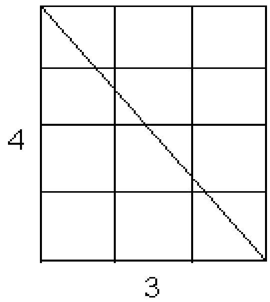
Qual é a medida dos seus catetos?

O que se pretende achar? Como fazer o cálculo?

4.1.3. Busca do Teorema de Pitágoras.

Neste passo, os alunos buscam e formulam suposições aplicando recursos heurísticos a partir da orientação do professor. Estas orientações o professor pode-o fazer por meio de impulsos que despertem a consciência do aluno. Em seguida aparecerá um problema para facilitar esta análise:

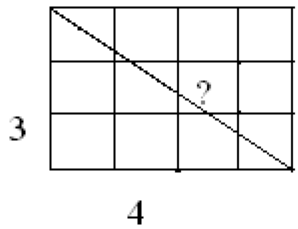
1. Com o propósito de facilitar o processo de busca do teorema, uma alternativa pode ser explicada aos alunos que a situação anterior pode ilustrar-se de forma simplificada através de quadrículos da forma seguinte:



Sobre esta base, pode-se convidar os alunos a trabalharem um pouco com as mãos dizendo: peguem um papel quadriculado, e desenhem um triângulo de 4 cm na vertical e 3 cm na horizontal. Sabemos que este triângulo é um triângulo rectângulo, porque os seus lados (catetos) estão em direcções perpendiculares (horizontal e vertical). A pergunta para você é: "Quanto mede a hipotenusa desse triângulo?". O professor pode indicar utilizando a régua que meçam a longitude da hipotenusa.

Você deve ter calculado (medido) 5 cm para a medida da hipotenusa. Será que pode-se provar que a hipotenusa do triângulo rectângulo de catetos 3 e 4 cm é de 5 cm?

2. Alternativa poderá ser direccionar a observação dos alunos a seguinte figura onde se mostram os quadrados formados sobre cada lado do triângulo rectângulo.



a) Que tipos de triângulos formaram-se? Quantos triângulos apresentam?
b) Quanto mede o terceiro lado do triângulo?
c) Que figura foi construída sobre os lados do triângulo?
d) Qual é a área de cada quadrado? (no caso do quadrado construído sobre a hipotenusa, o professor deve realçar a questão de que se trata duma suposição, porque a medição com a régua é um procedimento não exacto e, portanto, existem erros de medição).
e) Que suposição se pode descobrir entre as áreas destes quadrados?
f) Que suposição se pode estabelecer entre os lados desse triângulo rectângulo?

Ideia da demonstração.

Com o propósito de obter uma ideia da demonstração, o professor pode utilizar uma exposição problemática combinada com uma conversação heurística que inclua impulsos heurísticos como os seguintes:

- Se cumprirá esta resolução para qualquer tipo de triângulo rectângulo?

- Que querem demonstrar?

- Quais são as premissas?

- Qual é a tese?

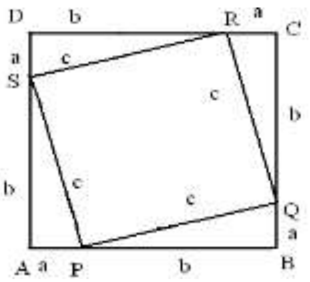
O que queremos demonstrar é que, se a hipotenusa de um triângulo rectângulo tem uma longitude **c** e seus catetos são a e b, então $c^2 = a^2 + b^2$. $c^2 = a^2 + b^2$. Vamos começar desenhando o quadrado de lado $\overline{AB}$, e outro inscrito de lado **c** como se mostra na seguinte ilustração.

Área do quadrado
Construído sobre
Cateto
$\downarrow$
3^2
$\downarrow$
9

Área do quadrado
Construído sobre
Outro Cateto
$\downarrow$
4^2
$\downarrow$
16

Área do quadrado
Construído sobre
Hipotenusa
$\downarrow$
5^2
$\downarrow$
25

Observem a ilustração e respondam às seguintes perguntas:



a) Quantos triângulos rectângulos se formaram? Como se denominam estas figuras? Como são esses triângulos rectângulos?

b) Poderá expressar-se a área do quadrado $ABCD$ em termos de $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$? Como?

c) Podemos expressar a área do quadrado $ABCD$ em função das áreas do quadrado $PQRS$ e dos quatro triângulos rectângulos? Como?

O que Pitágoras se perguntou foi: "será que não apenas neste, mas em todo triângulo rectângulo o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos?" E obteve a resposta:"Sim, em qualquer triângulo rectângulo…". Vamos ver que isso não é complexo.

O que queremos demonstrar é que, se a hipotenusa de um triângulo rectângulo tem uma longitude **c** e seus catetos **a** e **b**, então $\boldsymbol{c}^2 = \boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2$. Consideremos um quadrado ABCD de lado $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ e teremos os pontos PQRS como se ilustram na figura, temos que verificar primeiro se o quadrilátero PQRS é um quadrado para o qual, precisa-se de demonstrar que os seus ângulos são rectos.

Como pode expressar-se a área do quadrado PQRS em termos de **c**?

Como é expressa a área do triângulo PBQ em termos de **a** e **b**?

Expressa a soma das áreas dos quatro triângulos rectângulos em termos de **a** e **b.**

A partir destes impulsos ou reflexões devem obter-se os seguintes resultados:

Área do quadrado de lado $\overline{AB}$	=	Área do quadrado de lado $\overline{PQ}$	+	4 (área do triângulo PBQ)
$(a+b)^2$	$=$	c^2	$+$	$4\left(\frac{a.b}{2}\right)$
$a^2 + 2\,a.b + b^2$	$=$	c^2	$+$	$2\,a.b$

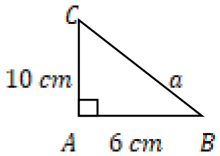
$$\boldsymbol{c}^2 = \boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{b}^2$$

4.1.4. *Exercícios para a fixação do conteúdo*.

Nesta fase, procura-se comparar e despertar o poder e o saber adquirido pelos alunos. Para o aluno, é lhe já fácil resolver estes tipos de exercícios de forma independente, depois de saber os passos de resolução orientados pelo professor em fases atrás mencionados, e o professor acompanha a resolução dos exercícios, para notar se estão a cumprir ou não com os objectivos da aula.

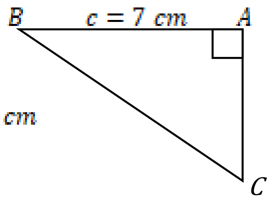
1. Em cada item abaixo temos um triângulo rectângulo. Calcule o lado que se pede.

a) $c = 6\ cm$
$b = 10\ cm$
$a = ?$



b) $a = ?$

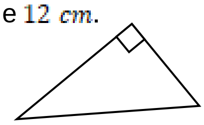
a $b = 10\ cm$



2. Calcular a medida da hipotenusa dum triângulo rectângulo, sabendo que os catetos medem, respectivamente, 9 e $12\ cm$.

a) $a = ?$

$b = 9\ cm$ $c = 12\ cm$



a

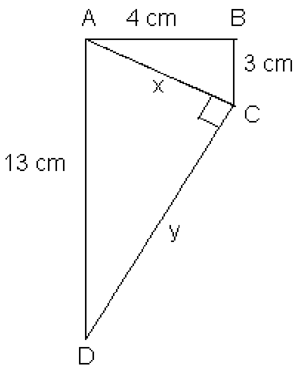
3. Num triângulo rectângulo, a hipotenusa mede $15\ cm$ e o cateto maior mede $12\ cm$. Quanto mede o cateto menor?
4. O João fez subir um papagaio com uma corda de $15\ m$. O António vê passar o papagaio sobre a sua cabeça.

   Determina a altura do papagaio, se a distância entre o João e o António é igual a $9\ m$.
5. Um carro deslocou-se de um local C ao local M, dentro da mesma cidade. No caminho percorrido, primeiro deslocou-se $12\ km$ para leste e depois $9\ km$ para sul.

   Qual é a distância do local C ao local M?
6. O João faz subir um papagaio com uma corda de $87\ m$. António vê passar o papagaio, sobre a sua cabeça.

   Determina a altura do papagaio, se a distância entre João e António é igual a 9 m.
7. A figura abaixo representa um trapézio. Unindo os vértices A e C, obtêm-se os triângulos rectângulos $[ABC]$ e $[ACD]$.

   Calcule as longitudes dos catetos $\overline{AC}$ e $\overline{DC}$



8. Na figura, o triângulo ABC é rectângulo de hipotenusa $\overline{AB}$; $\overline{CD}$ perpendicular a $\overline{AB}$;

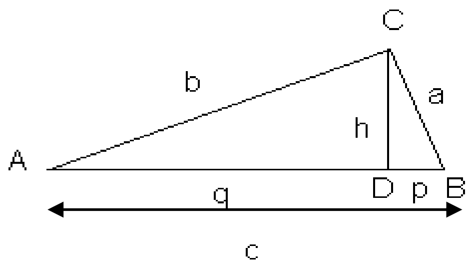
   $a = 6{,}0\ cm$ e $b = 8{,}0\ cm$.

a) Diga quantos triângulos rectângulos foram formados?

b) Como são os triângulos ADC e ABC? E os triângulos ABC e BCD? E os triângulos ADC e BCD?

c) Calcula h sabendo que $p = 3{,}6\ cm$. Verifica que $h^2 = p.q$.

d) Verifica que $a^2 = c.p$.



Estes exercícios têm o propósito não só de que os alunos apliquem o Teorema de Pitágoras em novas situações, mas, também, para que conheçam nova propriedade entre elementos dum triângulo rectângulo; ou seja o teorema das alturas, e o teorema dos catetos. O mais importante não é que se utilize o termo teorema, trata-se que aprendam novas relações matemáticas a partir de casos particulares.

4.2. Resultados da discução e análise

A análise feita, a quando da aplicação da prova diagnóstica, nos apresenta a existência de inumeráveis dificuldades no que concerne o ensino do Grupo de Teoremas de Pitágoras na 8ª Classe. Como insuficiências fundamentais podem destacar-se:

Os métodos de ensino usados pelos professores não estimulam o desenvolvimento do pensamento dos alunos na aprendizagem.

A selecção de um método de demonstração apropriado deve-se basear na análise da estrutura lógica do teorema, tem que haver uma formulação clara para que possa sugerir as premissas e que seja necessário encontrar outra expressão equivalente.

O êxito e a qualidade da aplicação do saber e do poder matemático dependem fundamentalmente da qualidade da apresentação dos exercícios.

Encontrámos algumas dificuldades ao ensinar o Grupo de Teoremas de Pitágoras: o uso de materiais escolares, principalmente a régua, compasso, livro de texto, o sistema de exercícios que se utiliza para fixação destes conteúdos e as condições sociais.

Para tratar metodologicamente o ensino do Grupo de Teoremas de Pitágoras, o professor deve ter conhecimentos do conceito de quadrado, ter em conta os conhecimentos prévios que os alunos possuem, como por exemplo: o conceito de quadrado, triângulo, ângulo, segmento de recta, ponto, vértice, perpendicularidade entre rectas, a área do triângulo, área do quadrado, etc., … Para que haja uma boa motivação na aplicação adequada desses conteúdos, relacionados ao ensino do Grupo de Teoremas de Pitágoras, tem de existir vários tipos de exercícios para a fixação que irão nos ajudar a atingir os objectivos preconizados.

5. CONCLUSÕES

Na ministração deste conteúdo encontrámos que o tratamento das condições prévias, por parte dos professores, é fraco. Analisámos de perto o que se passa em nossas salas de aulas, descobrimos que, apesar de uma tendência geral de contextualização do ensino da Matemática, elaborada na fase anterior pela identificação de uma representação da Geometria, voltada para uma leitura da realidade, os professores observados primam por uma prática, onde a realidade de vida dos alunos é pouco considerada. A aula de Geometria ainda é uma aula de definições de conceitos matemáticos, abstractos, apresentados oralmente para os alunos que, por sua vez, são solicitados a exercitá-los através de actividades repetitivas, e sem uma referência concreta.

As sugestões metodológicas que aparecem no programa, ainda quando constituem um passo de avanço, precisam de aperfeiçoar-se e brindar aos professores orientações específicas sobre como tratar o ensino da Geometria em geral, e o Grupo de Teoremas de Pitágoras, em particular.

Há falta de fixação, que é uma das funções Didácticas que consolida os novos conhecimentos para averiguar se os objectivos foram atingidos ou não.

A ser assim, para tratar metodologicamente o Grupo de Teoremas de Pitágoras, o professor deve ter em conta as condições prévias dos alunos e utilizar formas apropriadas para a reactivação dos mesmos; devem-se seleccionar exercícios que permitam potenciar, com maior realce, as relações dos novos conteúdos com os conhecimentos prévios dos alunos.

Neste trabalho, elaborou-se uma proposta metodológica que orienta os professores a planificar, organizar, tratar e administrar o conteúdo relacionado com o Teorema de Pitágoras e sua demonstração. Assim, em primeiro lugar, destacámos, duma forma geral, que se podem generalizar os resultados para outros complexos de matérias e uma específica que se refere a um conjunto de recomendações metodológicas para melhorar o ensino e aprendizagem do Grupo de Teoremas de Pitágoras.

Dentro da novidade do nosso trabalho, devemos destacar um conjunto de novos exercícios elaborados, por nos orientar em como estabelecermos relações significativas do novo conteúdo, sem os conhecimentos e experiências prévias dos alunos.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Asger A. Aboe (1984). Episódios da História Antiga da Matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática.

André, Diasala Jacinto e Do Nascimento, Isabel. (2006). Matemática da 9ª Classe. Manual do aluno. INIDE. Luanda.

Ausubel, Novak-Hanesian. (1983). Psicologia Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. 2° Ed.TRILLAS México.

Borceux, Francis. (1986). Invitation à Geométrie. Louvain-neuve. Editora Ciaco.

Campistrous Pérez, L. (1993). Lógica y procedimientos lógicos del aprendizaje. ICCP. La Habana.

------------- (1997). Aprender a resolver problemas aritméticos. Grupo ARPA. Proyecto TEDI. Pedagogía'97. Curso 35. Ciudad de La Habana. Fontes, Hélio Carvalho de Oliveira, (1969). Fundação Getulio Vargas. No passado da Matemática. Rio de Janeiro: Fundação Getulio Vargas/ serv. De publicações.

Libano, José Carlos. (1994). Didáctica, Serie de Formação do Professor. Colecção Magistério 2º grau. Cortez editora. São Paulo.

Almeida, Bernardino, et all. (1992). Metodología de la enseñanza de la matemática. Editorial Pueblo y educación. Playa, ciudad de la habana, cuba.

Milando, José Buvica e LUEMBA, José N'gaca. Uma estratégia didáctica para o tratamento do conceito vector e suas operações na 11ª Classe desde a perspectiva da aprendizagem significativa. Cabinda. 2007.

Ministério da Educação. (1996). Departamento do Ensino Geral de Cabinda. Programa de Matemática 8ª Classe.

Ministério da Educação da República de Angola. (1996). Instituto Nacional de Investigação e Desenvolvimento da Educação. Matemática do Ensino de Base 8ª Classe.

Moreira, M. A. A (1993).Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Fascículos de CIEF Universidad de Río Grande do Sul São Paulo.

Paiva, Manoel, (2002). Conceito, linguagem e aplicações. 1ª Edição Moderna. São Paulo.

Pedroso, Sérgio Ballester et all. (1992). Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tomo I. Cidade de la Havana. Cuba.

Ríbnikov K. (1991). Historia de las matemáticas. Editorial MIR, Moscú. Primera reimpresión, Impreso en la URSS.

Rizo Cabrera Celia y Luis Campistrous Pérez (2002. Didáctica y Solución de problemas. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño. II Congreso Internacional Didáctica de las Ciencias. La Habana.

7. ANEXOS E APÊNDICES

Anexo nº 01

SELECÇÃO DA AMOSTRA

Número dos alunos	***Período***
320	***Matinal***
961	***Nocturno***

Ilustração do universo dos alunos da 8ª Classe da Escola do I Ciclo do ensino secundário "São Francisco de Assis"com este universo de 1281 alunos, determinou-se a mostra geral encontrada a partir da fórmula: $n = \frac{(Z1-\alpha.S)^2.N}{E^2(N-1)+(Z1-\alpha S)^2}$.

n: é o volume de amostra a determinar.
E: é o erro estimado.
S: a probabilidade de se alcançar resultados positivos e negativos respectivamente.
N: é o universo utilizado.
p: 50% (estimativa da proporção de alunos com casos favorável).

q: 50% (estimativa da proporção de alunos com casos desfavorável).
$N = 1281\ alunos$
$E = 5\% = 0{,}05$
$p = q = 50\% = 0{,}5$
$S^2 = q.p \rightarrow S^2 = (0{,}5)(0{,}5)$
$S^2 = 0{,}25 \rightarrow S = 0{,}5$
1-α = 0,95 = 95% (Nível de confiança ou probabilidade).
$Z_{1-\alpha}$ = Z0, 95 = 1, 96

$n = \frac{(1{,}96.0{,}5)^2.1281}{(0{,}05)^2(1281-1)+(1{,}98.0{,}5)^2}$;

$n = \frac{(0{,}98)^2 1281}{(0{,}0025)1280+0{,}98}$; $n = \frac{1230{,}2724}{4{,}18}$

n =294,3..... $n = 294$ **alunos**

AMONSTRA EM CADA ESTRATO

$Dois\ (2)\ estratos\ em\ análise \begin{cases} \text{MATINAL} \\ \text{NOCTURNO} \end{cases}$

$nM = \frac{NM.n}{N}$

$nM = \frac{320.294}{1281}$

$nM = \frac{94080}{1281}$

$nM = 73{,}4 ....$

$nM = 73\ alunos$

$nN = \frac{NN.n}{N}$

$nN = \frac{961.294}{1281}$

$nN = \frac{282534}{1281}$

$nN = 220{,}5 ....$

$nN = 221\ alunos$

$\text{Turmas sorteadas em cada período} \begin{cases} \text{Período Matinal} \begin{cases} \text{Turma A} \\ \text{Turma B} \end{cases} \\ \text{Período Nocturno} \begin{cases} \text{Turma E} \\ \text{Turma F} \end{cases} \end{cases}$

Anexo nº 02

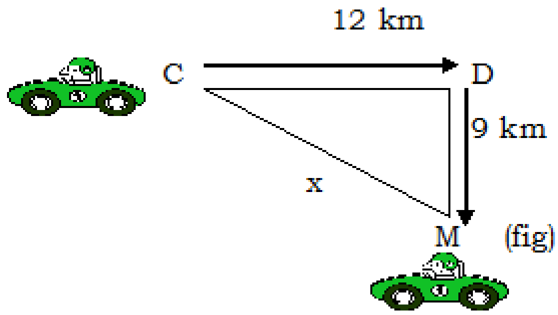
Escola do I Ciclo do ensino secundário «São Francisco de Assis»
Prova diagnóstica de Matemática. Ano lectivo 2016

8ª Classe Turnos: Matinal e Nocturno   Duração: 120 min.

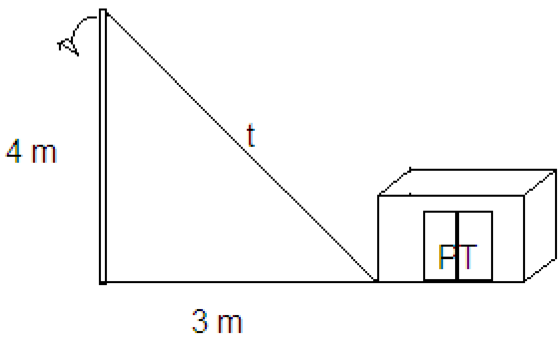
Caro aluno, vemos por este meio, realizar uma investigação de carácter pedagógico, relacionado com o desenvolvimento das habilidades para resolução dos problemas referentes ao ensino de Teorema de Pitágoras na 8ª Classe. Esta pesquisa tem como objectivo dignosticar algumas insuficiências sobre a aprendizagem desta matéria de modo a contribirmos no aperfeiçoamento do processo do ensino e aprendizagem.

Leia atentamente e resolve o seguinte problemas

1. Um carro deslocou-se de um local C ao local M, dentro da mesma cidade. No caminho percorrido, primeiro deslocou-se 12 km para o leste e depois 9 km para o sul (ver na figura abaixo). Qual a distância do local C ao local M?



2. Quantos metros de altura de poste são necessários para esticar um fio de 20 m para fornecer a corrente eléctrica a uma casa que esta a 16 m de distância. (como se mostra na figura abaixo)



Apêndice nº 01

ANALISE FEITA A RESPEITO A PROVA DIAGNOSTICA

Perguntas 01	**Nº dos elementos**			
	Sim	**%**	**Não**	**%**
Sabem interpretar o problema e extraem os dados.	98	70	42	30
Sabem reconhecer a fórmula.	58	41	82	59
Fazem a devida substituição de dados	66	47	74	53
Efectuam adequadamente os cálculos e se valoriza a operação.	31	22	109	78
Respondem eficientemente com base no problema.	19	14	121	86

Perguntas 02	**Nº dos elementos**			
	Sim	**%**	**Não**	**%**
Sabem interpretar o problema e extraem os dados.	74	53	66	47
Sabem reconhecer a fórmula.	17	12	123	88
Fazem a devida substituição de dados	09	6	131	94
Efectuam adequadamente os cálculos e se valoriza a operação.	06	4	134	96
Respondem eficientemente com base no problema.	06	4	134	96

Total dos alunos participantes é de 140.

Apêndice nº 02

Resultado geral do teste diagnóstico aplicado aos alunos da 8ª Classe do Complexo Escolar do I Ciclo do ensino secundário "São Francisco de Assis" no ano 2016

Alunos	**Número**	**Percentagem (%)**
Aprovados	35	25
Reprovados	105	75
Total dos participantes	140	100

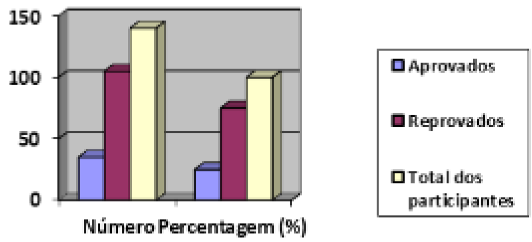


Tabela 1- Experiência profissional.

Experiência profissional	**Número**	**Percentagem (%)**
0 à 3 anos	**0**	**10**
De 3 à 7 anos	**3**	**40**
Mais de 7 anos	**4**	**50**

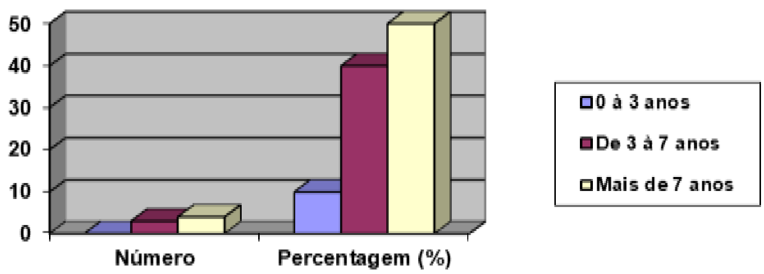


Tabela 3- Condições para o ensino e aprendizagem

Condições para o ensino e aprendizagem	Número	Percentagem (%)
Débil	3	20
Moderada	6	80
Forte	0	0

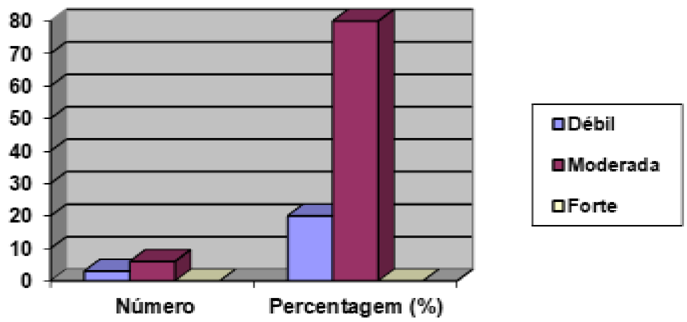


Tabela 4- Domínio do ensino do Teoremas de Pitágoras.

Domínio do ensino do T. Pitágoras	Número	Percentagem (%)
Excelente	0	0
Muito bom	1	10
Bom	2	20
Aceitável	3	35
Insuficiente	3	35

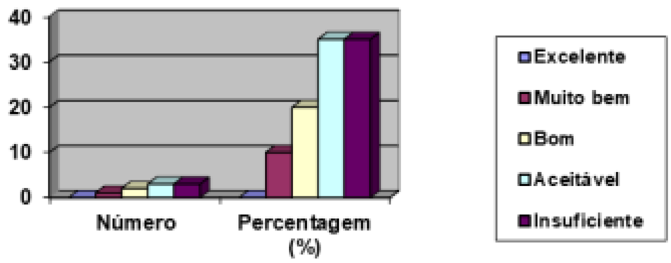


Tabela 5- Algumas causas fundamentais.

Causas	Número	Percentagem (%)
Materiais escolares	7	30
Uso de Método de ensino	3	10
Sistema de exercícios que se utiliza	3	10
Métodos de aprendizagem	7	30
Outros	5	20

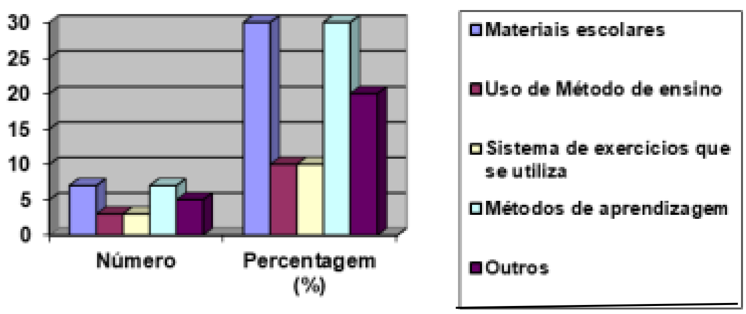
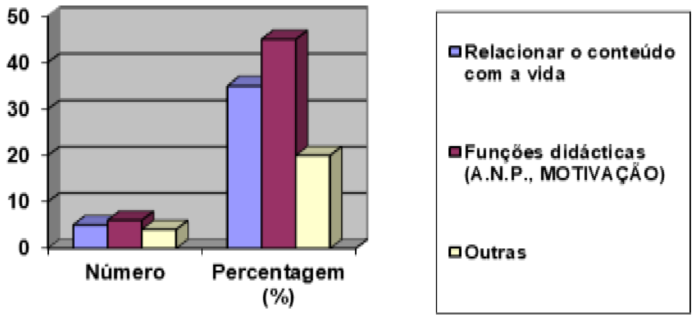


Tabela 6- Algumas considerações importantes para melhorar o ensino e aprendizagem do Grupo de Teoremas de Pitágoras.

Algumas considerações importantes	Número	Percentagem (%)
Relacionar o conteúdo com a vida	5	35
Funções Didácticas (A.N.P., MOTIVAÇÃO)	6	45
Outras	4	20



---

* Professor de Matemática e Responsável pela Secção dos Assuntos Académicos e Vida estudantil da Escola Superior Politécnica do Zaire/Soyo. Categoria docente: Asistente. Licenciado em Ensino de Matemática no Istituto Superior de Ciências da Educação da Universidade Agostinho Neto em Cabinda-Angola - 2018.