

SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE ESPERA EMPLEANDO DINÁMICA DE SISTEMAS

**Juan Carlos Vergara Schmalbach
Tomás Fontalvo Herrera
José Morelos Gómez**



eumed●net

SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE ESPERA EMPLEANDO DINÁMICA DE SISTEMAS

Autores:

**Juan Carlos Vergara Schmalbach
Tomás Fontalvo Herrera
José Morelos Gómez**

**Docentes del Programa de Administración Industrial
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Cartagena**

AÑO 2011

PRESENTACIÓN

El presente documento es parte del resultado de un macro proyecto de investigación cuyo objetivo principal es desarrollar aplicaciones prácticas de la Dinámica de Sistemas (DS) en el ámbito empresarial; investigación llevada a cabo por los docentes pertenecientes al grupo Métodos Cuantitativos de Gestión de la Universidad de Cartagena.

En este caso se expone una aproximación a la simulación de líneas de espera o sistema de colas real, empleando la DS, a partir de la integración de los conceptos abarcados por ambas áreas y con una propuesta metodológica para el modelado estructural basado en los elementos de un diagrama Forrester simulable en el software STELLA[®].

En el primer capítulo se abordan los componentes teóricos de la DS y las líneas de espera, haciendo énfasis en la relación que existe entre la Simulación de Eventos Discretos (SED) y la DS, como punto de partida para integrar los aspectos metodológicos. En este apartado se adiciona un ejercicio práctico introductorio al modelado en DS de una cadena de suministro, dispuesto a manera de ejemplo, desarrollado paso a paso para ilustrar al lector en el proceso de construcción de un diagrama de influencia (o Forrester).

En el segundo capítulo se expone el proceso de modelamiento de las líneas de espera mediante DS, definiendo las variables generales que caracterizan los sistemas y estableciendo sus relaciones. Este capítulo finaliza con un ejemplo de un sistema de colas tipo M/G/1 simulado mediante DS, y validado con dos simulaciones (SED) probadas (aplicando los software Promodel[®] y WinQSB[®]). En este capítulo se concluye la viabilidad del uso de la DS para simular cualquier línea de espera.

El documento finaliza con el desarrollo de un caso completo de líneas de espera, aplicado en una entidad financiera, evidenciando las ventajas del uso de la DS para el modelado y simulación de los sistemas de colas.

CONTENIDO

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS	9
1.1 LA DINÁMICA DE SISTEMAS.....	9
1.1.1 Etapas requeridas para la simulación de sistemas mediante DS.....	12
1.1.2 El diagrama causal, de influencia o Forrester	14
1.1.3 Ejemplo de un diagrama causal	18
1.2 LAS LÍNEAS DE ESPERA.....	24
1.2.1 Proceso para llevar a cabo una simulación de un sistema de colas	26
1.3 LAS LÍNEAS DE ESPERA ANALIZADOS DESDE LA ÓPTICA DE LA DINÁMICA DE SISTEMAS	27
1.3.1 Relación de terminologías.....	29
1.3.2 Relación metodológica	33
CAPÍTULO 2. MODELAMIENTO DE LÍNEAS DE ESPERA MEDIANTE DINÁMICA DE SISTEMAS	35
2.1 CLASIFICACIÓN DE LAS VARIABLES.....	35
2.2 RELACIONES ENTRE VARIABLES.....	37
2.2.1 Llegada de clientes	37
2.2.2 Salida de clientes	38
2.2.3 Retroalimentaciones y pérdidas en las líneas de espera	39
2.2.4 Diagrama causal completo de un sistema de colas	41
2.3 MODELADO BASADO EN EL SOFTWARE STELLA®	43
2.3.1 Llegada de clientes	44
2.3.2 Salida de clientes	45

2.3.3 Retroalimentaciones y pérdidas en las líneas de espera	45
2.3.4 Diagrama causal completo de un sistema de colas	46
2.4 EJEMPLO COMPARATIVO DE UN SISTEMA DE COLAS SIMULADO MEDIANTE DS Y SED.....	48
2.4.1 Caso propuesto	48
2.4.2 Caso resuelto aplicando SED (WinQSB)	49
2.4.3 Caso resuelto aplicando SED (Promodel).....	50
2.4.4 Caso resuelto aplicando DS (STELLA)	51
2.4.5 Comparación entre los resultados de las simulaciones.....	57
CAPÍTULO 3. SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE ESPERA CASO ENTIDAD FINANCIERA.....	59
3.1 DEFINICIÓN DEL NÚCLEO O PROBLEMA A ESTUDIAR	59
3.2 IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES Y SUS RESPECTIVAS RELACIONES	61
3.2.1 Interpretación de los comportamientos entre llegadas	64
3.2.2 Interpretación de los comportamientos en los tiempos de servicio	67
3.3 DIAGRAMA DE INFLUENCIA	68
3.4 SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE ESPERA	71
3.4.1 Validación del modelo simulado	71
3.4.2 Diseño y simulación de escenarios	73
CONCLUSIONES.....	75
BIBLIOGRAFÍA	77
ANEXO A. PROGRAMACIÓN EN STELLA DEL CASO DE EJEMPLO.....	82
ANEXO B. MUESTREO DE TIEMPOS PARA EL SERVIDOR Y LLEGADA DE CLIENTES.....	83
ANEXO C. PROGRAMACIÓN EN STELLA DEL CASO: ENTIDAD FINANCIERA	92

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1. Ejemplos del cálculo de pedidos según comportamiento de la demanda	22
Tabla 2. Relación entre la SD y SED	31
Tabla 3. Variables básicas que caracterizan un sistema de colas	32
Tabla 4. Clasificación de las variables de un sistema de colas desde la óptica de la DS	36
Tabla 5. Tabla resumen de efectos entre variables.....	41
Tabla 6. Variables empleadas para describir un sistema de colas.....	48
Tabla 7. Resultados de la simulación del sistema de colas en WinQSB.....	50
Tabla 8. Resultados de la simulación del sistema de colas en Promodel	51
Tabla 9. Resultados de la simulación del sistema de colas aplicando el método DS	57
Tabla 10. Resultados resumen de la simulación	57
Tabla 11. Variación en el tiempo promedio de servicio	58
Tabla 12. Variables que intervienen en el caso propuesto	61
Tabla 13: Formato para el conteo de clientes por cada 5 minutos	62
Tabla 14: Formato para la toma de tiempos de llegadas	63
Tabla 15. Cálculo del estadístico X^2 para las llegadas de clientes.....	65
Tabla 16. Cálculo del estadístico D_n para las llegadas de clientes	66
Tabla 17. Cálculo del estadístico X^2 para los tiempos de llegada (cajero 1)	67
Tabla 18. Tiempos promedios de atención y desviaciones estándar por cajero ...	67
Tabla 19. Variables del sistema de colas	68
Tabla 20. Resultados de la simulación del sistema de colas aplicando el método DS	71
Tabla 21. Resultados resumen de la simulación	72
Tabla 22. Variación en el tiempo promedio de servicio	72
Tabla 23. Proporción de clientes comunes y preferenciales	73
Tabla 24. Variación en el tiempo promedio de servicio	73
Tabla 25. Tiempos de servicio para el servidor 1	83

Tabla 26. Tiempos de servicio para el servidor 2	84
Tabla 27. Tiempos de servicio para el servidor 3	85
Tabla 28. Tiempos de servicio para el servidor 4	87
Tabla 29. Tiempos de servicio para el servidor 5	88
Tabla 30. Conteo de llegadas por intervalos de tiempo de 5 minutos	89

LISTADO DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Procedimiento para aplicar la Dinámica de Sistemas	12
Ilustración 2. Modelado mediante dinámica de sistemas	13
Ilustración 3. Ejemplo diagrama causal (tipo de influencia).....	14
Ilustración 4. Ejemplo diagrama causal.....	15
Ilustración 5. Ejemplo diagrama causal (tipo de influencia).....	16
Ilustración 6. Ejemplo de un bucle negativo	17
Ilustración 7. Ejemplo de un bucle positivo	17
Ilustración 8. Relación entre demanda y pedido a minorista	19
Ilustración 9. Relación entre solicitud de pedido y despachos	19
Ilustración 10. Relación entre los despachos e inventarios.....	20
Ilustración 11. Variables que describen al minorista	20
Ilustración 12. Condicional para solicitud de pedido a proveedor.....	21
Ilustración 13. Relación entre cliente y proveedor.....	22
Ilustración 14. Diagrama Forrester completo del juego de la cerveza.....	23
Ilustración 15. Esquema básico de un sistema de colas	25
Ilustración 16. Algoritmo para el evento de llegadas de clientes.....	30
Ilustración 17. Algoritmo para el evento de llegadas de clientes.....	30
Ilustración 18. Comparación entre un SD y un SED.....	32
Ilustración 19. Simulación de sistemas de colas mediante DS.....	34
Ilustración 20. Relación entre la tasa de llega y la llegada de clientes.....	37
Ilustración 21. Relación entre la llegada de clientes y los clientes en cola.....	38
Ilustración 22. Relación entre los clientes en cola y clientes en servicio.....	38
Ilustración 23. Relación entre la el servicio y la salida de clientes	39
Ilustración 24. Retroalimentación en un sistema de colas.....	40
Ilustración 25. Pérdidas en un sistema de colas	40
Ilustración 26. Diagrama causal de un sistema de colas.....	42
Ilustración 27. Representación en el software STELLA® para la llegada de clientes	44

Ilustración 28. Representación en el software STELLA® para la salida de clientes	45
Ilustración 29. Representación en el software STELLA® para las retroalimentaciones y pérdidas.....	46
Ilustración 30. Representación en el software STELLA® de un sistema de colas .	47
Ilustración 31. Esquema general del sistema de colas propuesto.....	49
Ilustración 32. Modelo generado en el software WinQSB	49
Ilustración 33. Layout del caso propuesto resuelto en Promodel	51
Ilustración 34. Diagrama Forrester del caso propuesto.....	52
Ilustración 35. Programación de la variable llegada_clientes en Stella	53
Ilustración 36. Programación de las variables Clientes_en_servicio en Stella	54
Ilustración 37. Programación de las variables Salida_de_clientes en Stella	55
Ilustración 38. Comportamiento de las llegadas de clientes y número de clientes en cola.....	56
Ilustración 39. Simulación de sistemas de colas mediante DS.....	59
Ilustración 40. Esquema general del sistema de colas del caso propuesto	60
Ilustración 41. Diagrama Forrester del caso propuesta realizado en el software STELLA®	70

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS

En este capítulo se hace referencia a los elementos que describen la dinámica de sistemas y la teoría de colas, concluyendo en las posibles relaciones que se pueden obtener de ambos conceptos, definiendo la conveniencia del uso de esta herramienta para la simulación de líneas de espera.

1.1 LA DINÁMICA DE SISTEMAS

La Dinámica de Sistemas (DS) es un método de modelado y simulación que permite representar sistemas mediante la recreación sus comportamientos pasados y futuros (LÓPEZ & MARTINEZ, 2000), analizando cómo los sistemas evolucionan con el tiempo (FORRESTER, 1961) y cómo actúan en éstos sin causar efectos colaterales contradictorios (STERMAN, 2001), convirtiéndose en un método multidisciplinario empleado para describir, simular, modelar y perfeccionar el aprendizaje de sistemas complejos, en lo que cobra importancia en el análisis de la gestión empresarial (SENGE, 2000).

Un modelo simulable actúa como sustituto del sistema real y el conocimiento adquirido de la experimentación sobre éste y puede ser extendido al sistema real (COSS BU, 2002), por ejemplo, mediante el modelado de un sistema de producción empleando la DS, se logra entender aún más el proceso de fabricación y las variables que intervienen en él, además de la simulación y prueba de posibles escenarios de desarrollo.

La DS fue creada en los años 60 en el MIT (Massachusetts Institute of Technology) por Jay W. Forrester (FORRESTER J. W., 1995), ha demostrado un crecimiento exponencial y alcances que se han difundido en el sector empresarial,

abarcando temas relacionados con el manejo de activos, servicios financieros, simulación de procesos, defensa, logística y consultoría (WYATT, 2005).

Sus beneficios han sido demostrados en un gran número de investigaciones donde se prueban diferentes modelos de gestión en los procesos industriales, para determinar aquellos que permitan mejorar la eficiencia y eficacia en un sistema, reducir el riesgo de las decisiones o, simplemente, comprender las condiciones de causalidad que provocan ciertas actuaciones (LIU, WANG, CHAI, & LIU, 2004).

La aplicación de la DS para modelar los procesos empresariales tiene sus raíces en la dinámica industrial (FORRESTER J. , *Industrial Dynamics: A Major Breakthrough for Decision Makers*, 1958). La dinámica industrial demuestra que los sistemas de manufactura no tienen una representación matemática exacta de su comportamiento (PEÑA, CRESPO, & DYNER, 2003).

Los tiempos de retrasos, las condiciones de incertidumbre y la no linealidad hacen que estos modelos generen resultados imprevistos y poseen características como: incierta y alta variabilidad, ambiente dinámico y funciones distribuidas (COPE, FAYEZ, & MOLLAGHASEMI, 2007). La simulación mediante DS no requiere de sofisticados modelos matemáticos (KLEIJNEN, 2005).

La simulación puede ser usada para el control de procesos, soporte de decisiones y planeación proactiva de una cadena de suministro empresarial (BANKS, BUCKLEY, JAIN, LENDERMANN, & MANIVANNAN, 2002). Forrester (1961) establece un modelo sencillo de cadena de suministro con cuatro actores haciendo énfasis en el flujo de mercancía, los tiempos de entrega e inventarios.

La DS es hoy en día considerada como una disciplina que reconoce patrones e interrelaciones en un sistema, aprendiendo como estructurar dichas interrelaciones en formas más efectivas (HUANG, YUNG, WANG, & WANG, 2005)

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS

e introducir al investigador en el análisis de sistemas complejos, opción que ha demostrado ser una herramienta de aprendizaje efectiva en las escuelas de educación secundaria en Estados Unidos (FORRESTER J. , La Dinámica de Sistemas y el Aprendizaje del Alumno en la educación escolar, 1992). La DS se considera además como una excelente herramienta de enseñanza basado en hechos (MARTIN, 2000).

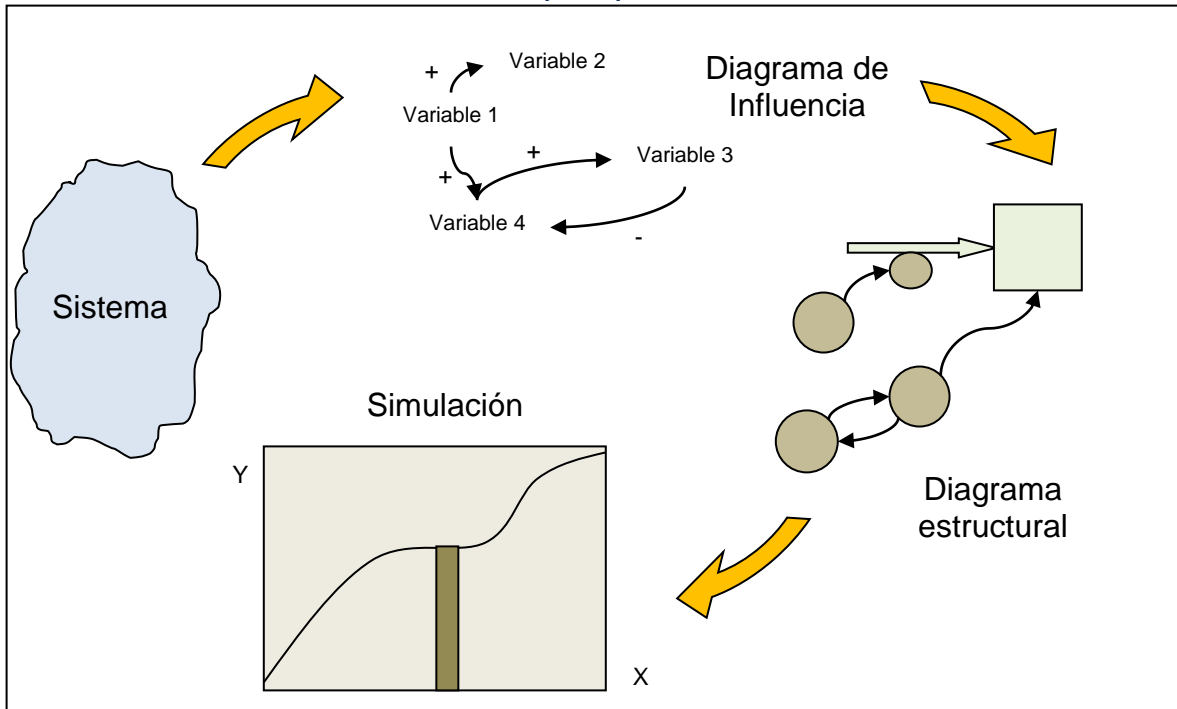
Hay que aclarar que un sistema es considerado dinámico, cuando los elementos (o parte de ellos) que lo constituyen varían a lo largo del tiempo. Si estos elementos del sistema y las relaciones entre ellos son inmutables, el sistema es estático (SANCHEZ, 1998).

Para representar sistemas dinámicos, se emplean diagramas de influencia (conocidos como diagramas causales o diagramas Forrester), que facilitan al analista comunicar rápidamente la percepción estructural del sistema, basado en el modelo, dado por la especificación de las variables y la relación de cada par de variables (ARACIL, 1995).

A través de los diagramas Forrester se pueden diagramar los sistemas como un conjunto de variables interrelacionadas (ARACIL, 1995), que dicho en otras palabras, es una traducción del diagrama causal a una terminología que facilita la escritura de las ecuaciones en el ordenador (FORRESTER, 1961).

Ser modelador en DS requiere de ciertas habilidades como un pensamiento dinámico, causal, perspectivo, operacional, cíclico, cuantitativo y científico (RICHMOND B. , 1998), encaminados a un método científico con la ejecución de etapas que van desde la definición del problema hasta el análisis de los resultados arrojados por la simulación (ver ilustración 1).

Ilustración 1. Procedimiento para aplicar la Dinámica de Sistemas



Fuente: Elaborado por los autores, basado en el modelo planteado por RICHMOND (1991)

1.1.1 Etapas requeridas para la simulación de sistemas mediante DS

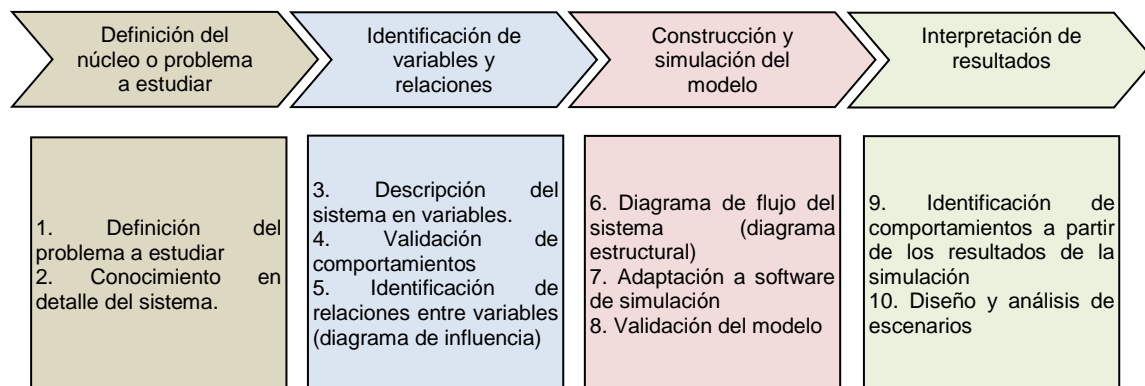
En detalle, existen cuatro grandes etapas para la ejecución de una simulación mediante la DS (ver ilustración 2) (VERGARA, AMEZQUITA, & MAZA, Modelamientos de cadenas agroindustriales mediante simulación de redes, 2009) (VERGARA J. C., QUESADA, MANGA, RESTREPO, & GUARDO, 2009):

1. **Definición del núcleo problema a estudiar:** Este paso exige el pleno conocimiento del sistema y el problema que se desea resolver en él, mediante la simulación del mismo. El conocimiento en detalle requerirá la participación de expertos, que propondrán las posibles interacciones y actividades realizadas por los elementos que componen dicho sistema.

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS

- Identificación de variables y establecer sus relaciones:** No necesariamente se debe describir el sistema en todas sus variables, lo cual harían de este paso un proceso arduo y muy complejo. Si se cumple a cabalidad el objetivo de la fase anterior, sólo se tomarán en cuenta aquellas variables involucradas en el problema a estudiar, limitando el sistema a un modelo simplificado, con comportamiento y resultados similares al modelo real.
- Construcción y simulación del modelo:** Se procede a establecer el mapa completo de variables y relaciones, representando el sistema mediante un diagrama de flujo. Este modelo deberá ser adaptado a un software de DS, (ejemplo, I Think, Stella o Vensim), que facilitan su incorporación al ordenador. El modelo creado necesitará ser validado con la realidad, mostrando congruencia con los resultados arrojados en la simulación.
- Interpretación de resultados:** Como última fase, los resultados se analizarán, identificando ciertos comportamientos de interés. Se podrá modificar el modelo para generar escenarios alternativos, visualizando mediante la simulación, las consecuencias en el sistema a través de los nuevos resultados arrojados (pasando de un modelo cuantitativo a resultados meramente cualitativos).

Ilustración 2. Modelado mediante dinámica de sistemas



Fuente: Elaborado por los autores

1.1.2 El diagrama causal, de influencia o Forrester

Gracias a la facilidad que ofrece la DS para la esquematización de un sistema mediante diagramas de influencia o diagramas Forrester (compuestos por muy pocos elementos o bloques), el proceso de modelado y simulación se reduce significativamente¹. Un diagrama Forrester está compuesto básicamente por variables y conectores (ARACIL, 1995). Las variables se clasifican en:

- Las variables de estado o niveles, las cuales son variables almacenables, variables stocks o de fondo. Se suelen representar mediante una caja o cuadrado.
- Variables de flujo o flujos, son aquellas que afectan al comportamiento de las variables de estado o niveles. En la siguiente ilustración se muestra la representación de este tipo de variables.

Ilustración 3. Ejemplo diagrama causal (tipo de influencia)



Fuente: Elaborado por los autores

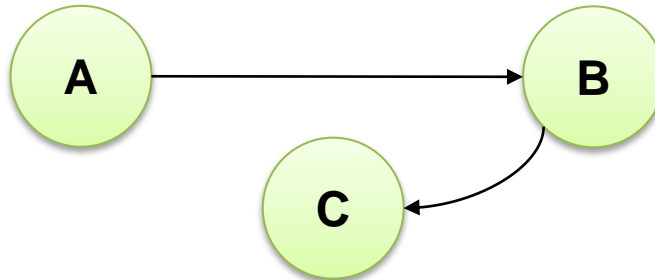
- Variables auxiliares, equivalente a magnitudes que ayudan a explicar los valores de flujo.

¹ Respecto a los modelos tradicionales, donde la experticia se orienta más hacia el conocimiento y desarrollo de modelos matemáticos complejos.

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS

Los conectores o flechas representan las relaciones de causa-efecto entre pares de variables (DREW, 1995). A manera de ejemplo, en la siguiente ilustración se puede observar las relaciones existentes entre tres variables.

Ilustración 4. Ejemplo diagrama causal

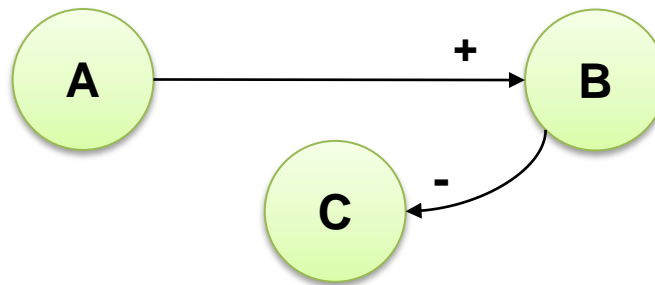


Fuente: Elaborado por los autores

En este caso, la variable A influye directamente sobre la variable B, y ésta a su vez, afecta directamente a la variable C, por tanto se puede deducir que la variable A afecta de forma indirecta a la variable C a través de B.

Forrester amplió el campo de análisis de los sistemas al agregarle un peso o signo direccional sobre el conector para identificar si el efecto (tipo de influencia o polaridad) de una variable sobre otra es directa o inversamente proporcional. En la ilustración 5 se observa que el efecto de A sobre la variable B es directamente proporcional, esto quiere decir, que al aumentar el valor de A se provoca un aumento en el valor de B. Caso contrario ocurre en la relación entre B y C; si B aumenta, el valor de C disminuye. En cuanto al efecto indirecto, se tiene que al aumentar A se induce una disminución en el valor de C (A causa que B aumente, provocando que el valor de C disminuya).

Ilustración 5. Ejemplo diagrama causal (tipo de influencia)



Fuente: Elaborado por los autores

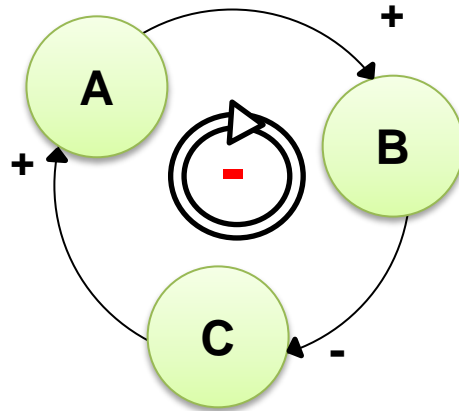
La influencia que ejerce una variable sobre otra puede ser representada como una función $f(X)$, sin necesidad de conocer la fórmula matemática exacta (ARACIL, 1995). En el ejemplo anterior la variable A afecta el valor de B, por lo tanto:

$$B = f(A) \tag{1}$$

Gracias a esta representación simplificada de la realidad, se pueden diagramar estados de retroalimentación (o bucles), que enriquecen el análisis de los sistemas. La DS considera dos tipos de bucles: de realimentación negativa y de realimentación positiva.

Los bucles de realimentación negativa (o simplemente bucles negativos) son un caso muy frecuente en los sistemas reales, donde se genera una reacción de control o compensación, que permite mantener ciertos niveles objetivos en los valores de las variables (HERNANDEZ, 2010). En la ilustración 6 se puede observar un ejemplo de un bucle negativo.

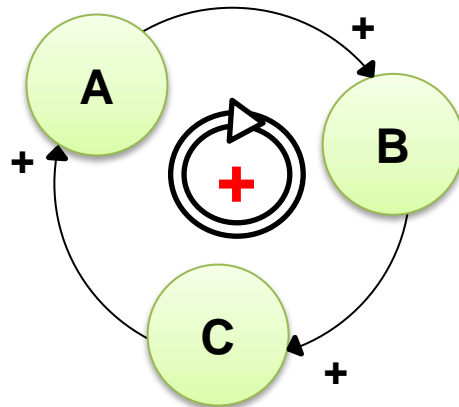
Ilustración 6. Ejemplo de un bucle negativo



Fuente: Elaborado por los autores

Se observa (ver ilustración 6) que un aumento en el valor de la variable A conduce a un incremento en el valor de B, este a su vez afecta de forma inversa a C (disminuye su valor). Debido a que existe una relación proporcional entre C y A, la disminución en el valor de C influye en la disminución del valor de A, completando el ciclo. Los bucles positivos (o explosivos), presentan un ciclo continuo donde las variables se refuerzan en una sola polaridad. En la ilustración 7 se muestra ejemplo que representa este tipo de bucles. Si la variable A se incrementa, conducirá a un aumento del valor de B y C.

Ilustración 7. Ejemplo de un bucle positivo



Fuente: Elaborado por los autores

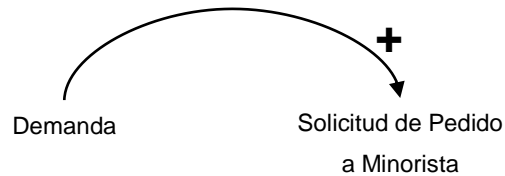
1.1.3 Ejemplo de un diagrama causal

A continuación se explica un diagrama Forrester paso a paso realizado sobre el reconocido juego de la cerveza (VERGARA, QUESADA, & FONTALVO, Entendiendo la cadena de suministro desde la óptica de la dinámica de sistemas a partir del modelado del juego de la Cerveza, 2010); juego de mesa basado en roles donde se simula la cadena de suministro de manufactura (KNOLMAYER, SCHMIDT, & RIHS, 2007), permitiendo observar claramente las fluctuaciones en los niveles de producción e inventario. El objetivo del juego, desarrollado por Sterman en el MITS Sloan School of Management, es proveer de lecciones tanto vivenciales como cognitivas, que comprendan el tiempo y el espacio, de las consecuencias que tienen a largo plazo las decisiones (STERMAN J. D., 2006). El juego es altamente simplificado, donde cada jugador posee un cliente y un proveedor, cuyas reglas pueden ser aprendidas en solo 15 minutos (STERMAN J. D., 2001).

El modelo comienza con una demanda registrada desde el consumidor final, la cual debe ser generada de forma independiente y ajustada a una distribución de probabilidad, cuyos jugadores, deberán conocer de antemano (GOODMAN, 2001). Esta aleatoriedad recrea condiciones de incertidumbre en el número de cajas de cerveza que demandan los clientes finales, condicionando las decisiones sobre pedidos de los demás actores². La relación entre la demanda y el pedido del consumidor final estará dada por una relación causal unidireccional como se muestra en la ilustración 8, considerando la demanda como variable independiente, cuyo valor es afectado por un sinnúmero de factores que involucran el comportamiento del consumidor, el estado general de la economía, competencia, estado del mercado, diseño del producto, estrategias de marketing, entre otros. La relación positiva indica que un incremento en la demanda generará un volumen mayor de pedidos de cajas de cervezas al minorista.

² El juego representa las relaciones comerciales entre cuatro actores (detallista, mayorista, distribuidor y fábrica)

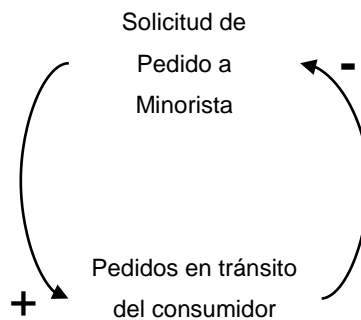
Ilustración 8. Relación entre demanda y pedido a minorista



Fuente: Elaborado por los autores

Cada actor realizará un pedido de cajas de cervezas a su proveedor, quien estará limitado por el tamaño del pedido realizado por su cliente y las existencias en inventario. Por ejemplo, el minorista recibirá el pedido de manos del consumidor final, y éste a su vez, estará dispuesto a realizar el despacho inmediatamente, siempre y cuando posea el inventario suficiente. En caso de que esto no ocurra, realizará un pedido a su proveedor (mayorista). Para recrear condiciones reales en el despacho, se supone un tiempo de entrega mayor que cero, que recoge el tránsito de las cajas de cerveza entre cliente y proveedor. Las relaciones indican que un aumento en las solicitudes de cajas de cerveza, tendrá como efecto un aumento en los despachos; pero un aumento en el volumen de los despachos (pedidos en tránsito) implicaría una reducción de las solicitudes de pedidos (ver ilustración 9).

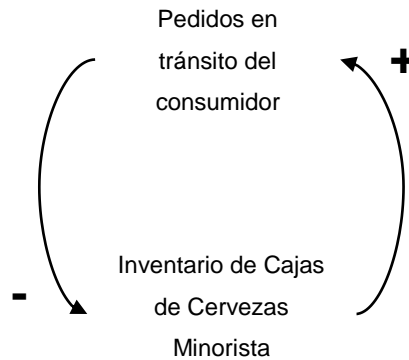
Ilustración 9. Relación entre solicitud de pedido y despachos



Fuente: Elaborado por los autores

Los despachos disminuyen las existencias. Más disponibilidad de cajas de cervezas implicaría una posibilidad de aumentar los despachos (ver ilustración 10).

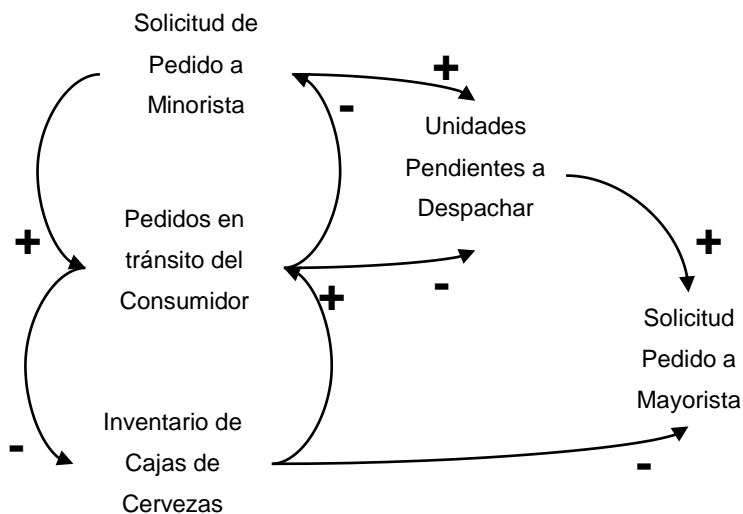
Ilustración 10. Relación entre los despachos e inventarios



Fuente: Elaborado por los autores

Ambas relaciones (pedidos, despachos e inventarios) proporcionan información para calcular las unidades que quedan pendientes por entregar y los pedidos a realizar a los proveedores (ver ilustración 11).

Ilustración 11. Variables que describen al minorista



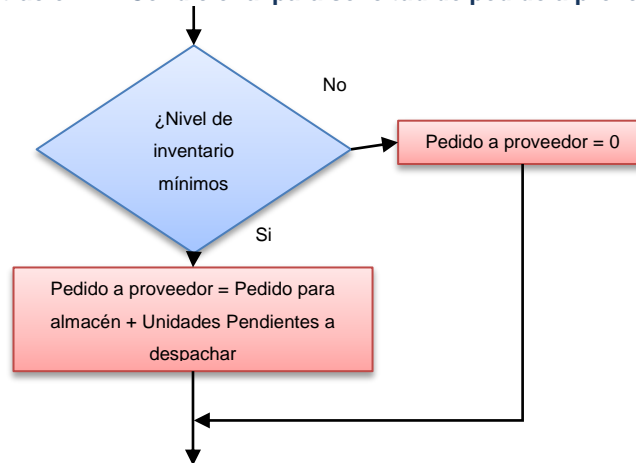
Fuente: Elaborado por los autores

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS

Se podrá emplear un sistema de pedidos relacionados con el nivel de inventarios, con un punto de reorden que dé un aviso de alerta cuando las existencias lleguen a un valor determinado. Para realizar éste cálculo se pueden considerar las siguientes variables (GORDON, 1980): Nivel actual de inventario, unidades pendientes a despachar, los pedidos del cliente, los despachos al cliente, tiempo de entrega de proveedores y nivel de servicio ofrecido por almacén

Hay que considerar un condicional que solicite un pedido al proveedor, siempre y cuando el nivel de inventario llegue a su punto crítico (ver ilustración 12). Al pedido se le deben sumar las unidades que quedaron pendientes por despachar, en el pedido anterior, al cliente.

Ilustración 12. Condicional para solicitud de pedido a proveedor



Fuente: Elaborado por los autores

Una forma de realizar el pedido podría ser considerando la tasa de demanda del cliente más un volumen adicional de cajas de cervezas dado, según el nivel de servicio requerido por almacén o teniendo en cuenta el nivel de retraso en la entrega de unidades, como se puede observar en la tabla 1.

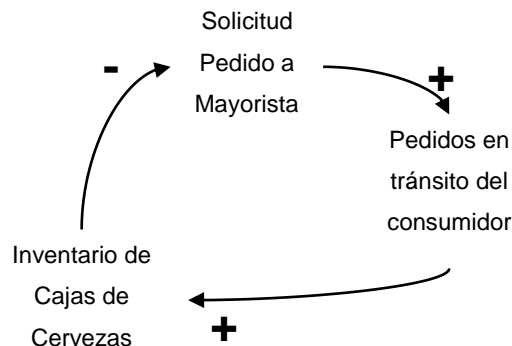
Tabla 1. Ejemplos del cálculo de pedidos según comportamiento de la demanda

Caso	Descripción
Demanda constante en razón del tiempo	Se mantiene el valor de pedido para almacén constante
Demanda de unidades varía de acuerdo a un comportamiento normal	Se realiza el pedido para almacén de acuerdo al nivel de servicio dado por el valor tipificado de la distribución (Z), la media y desviación de la demanda.
Demanda de unidades con crecimiento sostenido	Se ajusta el valor del pedido según la tendencia proyectada (regresión) calculada de la demanda de unidades a almacén
Teniendo en cuenta el tiempo de retraso	Equivale a la demanda periódica más una constante de pedidos (convenida por el nivel de inventarios deseado y actual) ajustada por el tiempo de retraso en el nivel de pedidos

Fuente: Elaborado por los autores

Los despachos de los proveedores aumentarían las unidades en existencias, del cliente, y se representa por una relación positiva en un solo sentido. De esta forma se conectarían todos los actores de la cadena en un ciclo retroalimentado, donde el cliente suministra información al proveedor a través de los pedidos y éstos proceden a despachar unidades a su cliente (ver ilustración 13).

Ilustración13. Relación entre cliente y proveedor

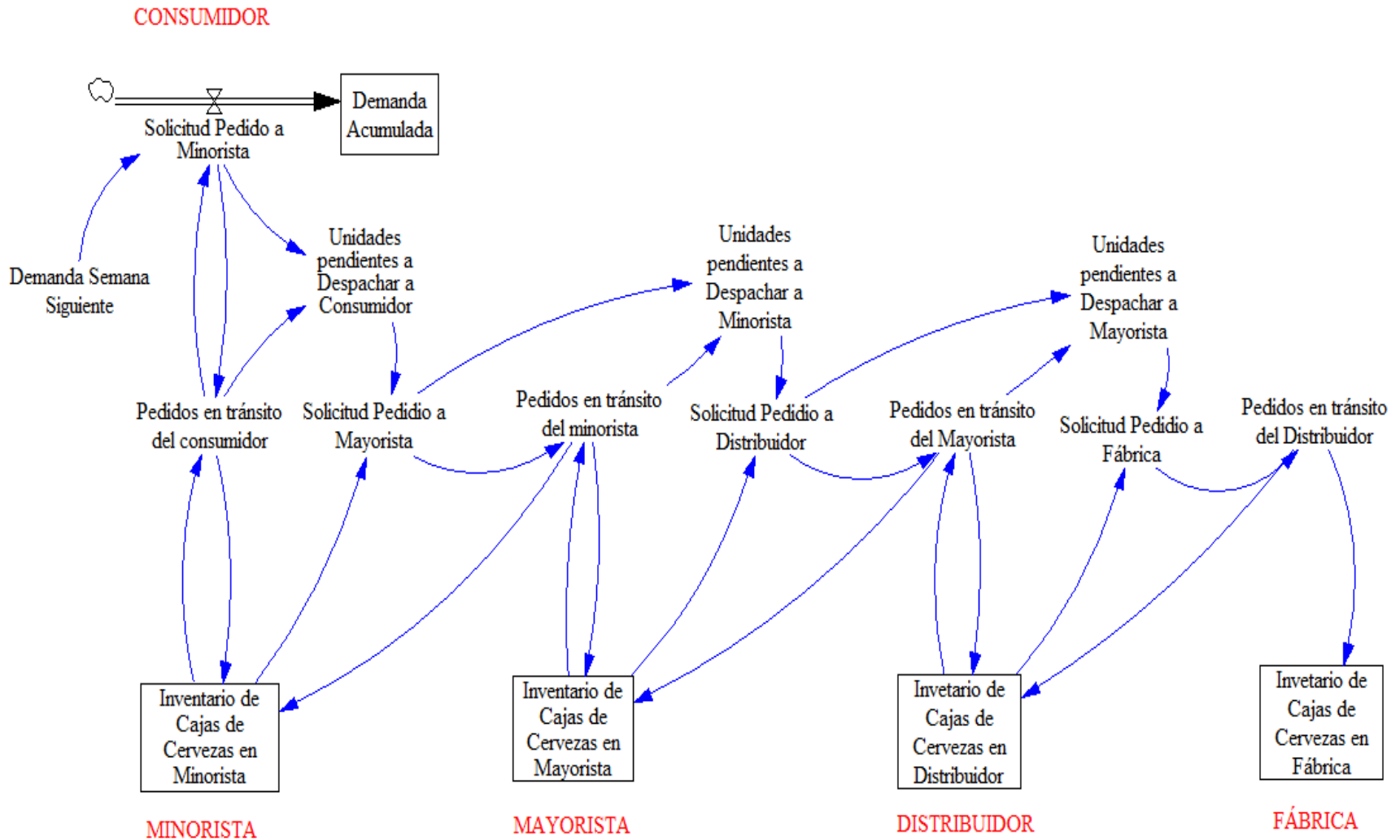


Fuente: Elaborado por los autores

En la ilustración 14 se muestra el diagrama causal o de influencia completo involucrando los cuatro actores de la cadena de suministro para el juego de la cerveza. En este caso se especificó como variable de flujo la solicitud de pedidos al minorista (representando el ingreso de datos variables en razón del tiempo del sistema), los inventarios como variables de nivel (que mantendrán en la memoria el último valor registrado del inventario) y el resto, representadas como variables auxiliares.

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS

Ilustración 14. Diagrama Forrester completo del juego de la cerveza



Fuente: Elaborado por los autores

1.2 LAS LÍNEAS DE ESPERA

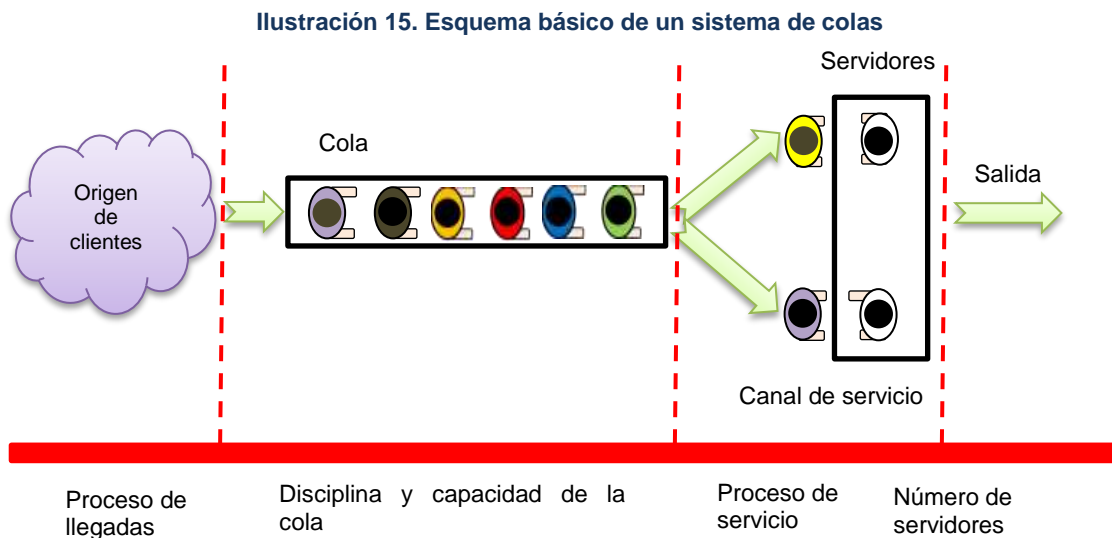
Las líneas de espera o sistemas de colas están fundamentados en la teoría de colas, rama de la investigación de operaciones que estudia los procesos de líneas de espera (NAHMIAS, 2007). Las líneas de espera están conformados por los siguientes elementos (GORDON, 1980) (HILLIER, 1982) (SHAMBLIN, 1988) (NAHMIAS, 2007) (KRAJEWSKI, RITZMAN, & MALHOTRA, 2008):

- Cliente: unidad que llega requiriendo la realización de algún servicio; pueden ser personas, máquinas, partes, entre otras.
- Cola (línea de espera): número de cliente que esperan ser atendidos; normalmente la cola no incluye al cliente que está siendo atendido.
- Canal de servicio: es el proceso o sistema que está efectuando el servicio para el cliente. Este puede ser simple o multicanal.
- Disciplina de la cola: Se refiere al orden en el que sus miembros se seleccionan para entregarles o revisarles el servicio, La disciplina de cola pueden ser: primero en entrar primero en salir (PEPS), último en entrar primero en salir (UEPS), aleatoria, de acuerdo con algún procedimiento de prioridad, o con algún otro orden.
- Capacidad de la cola: en algunos sistemas existe una limitación respecto al número de clientes que pueden esperar en la cola.
- Servidor: Sujeto u objeto que ofrece un servicio al cliente o usuario.
- Proceso de llegada: Describe el comportamiento o distribución de los tiempos entre llegadas de los clientes al sistema.

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS

- Proceso del servicio: Equivale a la distribución del tiempo requerido para servir a un cliente.
- Número de servidores: Cantidad o número de servidores dispuestos en el sistema.

En la siguiente ilustración se puede observar un esquema básico de un sistema de colas.



Fuente: Elaborado por los autores

Los sistemas de colas se pueden clasificar según el número de filas dispuestas y la distribución de las instalaciones de servicio. En el primer caso el sistema puede estar conformado por una o varias filas de espera. En cuanto a la distribución de las instalaciones, se debe tener en cuenta el número de canales o fases que describen el sistema (KRAJEWSKI, RITZMAN, & MALHOTRA, 2008). Los canales hacen referencia al número de servidores disponibles para prestar un servicio a una fila común, mientras que las fases corresponden a los servidores que el cliente debe asistir para cumplir con un servicio.

La combinación en el número de filas y distribuciones de las instalaciones da origen a una serie de modelos³, siendo el más conocido el sistema de un solo servidor y una sola fila. Los modelos de colas se representan con dos letras y un número con la notación A/B/s (llamada notación de Kendall): A corresponde a la distribución de las llegadas, la letra B a la distribución de los tiempos de servicios y s equivale al número de servidores (CAO, 2002).

Las dos letras de la notación se remplazan por una sigla correspondiente a la distribución: M (Markoviano), D (Determinística), G (Genérica) E_k (Erlang con k parámetro), U (Uniforme), Γ (Gamma). El modelo más conocido es el M/M/1 tratado con una distribución Poisson para describir el comportamiento entre llegadas de clientes, la distribución exponencial relacionada con el tiempo de atención al cliente y con un solo servidor en el sistema (CAO, 2002) (TAHA, 2004).

1.2.1 Proceso para llevar a cabo una simulación de un sistema de colas

Para realizar una simulación de un sistema de colas (basado en la simulación de eventos discretos o SED) se recomienda tener en cuenta los siguientes pasos (FRITZSON, 2004) (QUESADA & VERGARA, 2006) (LIAN & WAN, 2007) (OTHMAN, KULKARNI, GHOSH, & FENG YU, 2007) (GÓMEZ, 2008):

- **Caracterización general del sistema:** Se determina el funcionamiento general del sistema de colas, definiendo el número de filas, tipo de clientes, servidores, capacidades, distribuciones y disciplina de la cola.
- **Recolección y análisis de datos:** En este paso se realiza el estudio de tiempos para determinar la tasa de llegada de los clientes, la tasa de servicio ofrecido y la validación de sus respectivas distribuciones. Es

³ De acuerdo al número de servidores en el sistema, y al comportamiento de las llegadas de los clientes y tiempos de servicios, se pueden clasificar distintos modelos de colas

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS

importante anotar que en este paso se registran comportamientos especiales que afectan el sistema como tiempos de servicios, apertura y cierre del sistema, tiempos ociosos y demás datos probabilísticos.

- **Modelado y simulación:** Se procede a realizar un modelo matemático del sistema, reproduciendo el comportamiento real mediante una simulación (usualmente de tipo estocástica discreta). En este paso se describen las variables del sistema y sus relaciones, se realizan diversas réplicas de la simulación y se anotan los resultados.
- **Validación y análisis:** La validación se realiza verificando el comportamiento del modelo de acuerdo a los resultados arrojados por la simulación, las unidades de las variables de salida del sistema y los posibles resultados que se obtendrían en el sistema real. Una vez lograda la validación se procede a analizar los resultados, realizar pruebas sobre el modelo (análisis de sensibilidad) y simular escenarios. Con el análisis se suelen incluir las conclusiones y recomendaciones finales.

Las líneas de espera también pueden ser simulados en tiempo continuo con número discreto de estados (SARABIA, 1996), condición que puede ser apropiada para la simulación de modelos continuos como en el caso de la DS.

1.3 LAS LÍNEAS DE ESPERA ANALIZADOS DESDE LA ÓPTICA DE LA DINÁMICA DE SISTEMAS

La DS aplicable a líneas de espera permite el estudio de su comportamiento bajo el enfoque de simulación (no de optimización), replicando las condiciones reales que originan la línea de espera. El estudio de las colas proporciona la base teórica del tipo de servicio que se puede esperar de un determinado recurso, como la forma en la cual dicho recurso puede ser diseñado para proporcionar un determinado grado de servicio a sus clientes.

Está claro que un problema de colas puede resolverse mediante fórmulas analíticas o métodos de simulación. La utilidad de las fórmulas analíticas, sin embargo, se ve limitada por las suposiciones matemáticas que deben hacerse para derivar las fórmulas, además, de que al incrementar la complejidad del sistema, los modelos teóricos requerirán de métodos radicados en conocimientos avanzados en matemáticas dificultando su aplicación (VERGARA & MANGA, 2010).

No obstante, la teoría de colas en combinación con la simulación, facilitan el análisis en detalle del comportamiento de líneas de espera. La simulación no es una técnica de optimización; más bien se emplea para determinar eficiencia de las líneas de espera, como pueden ser el tiempo promedio de espera en la cola, tiempo promedio para el servicio, la capacidad y utilización de las instalaciones (TAHA, 2004, pág. 5). Para lograr modelar y simular líneas de espera mediante la DS será necesario cumplir con los siguientes aspectos:

- Relacionar la terminología y metodología requerida para la simulación entre la DS y las líneas de espera
- Establecer las similitudes entre los componentes de un sistema de colas y el diagrama Forrester
- Adaptar el modelo de líneas de espera, diagramado empleando la DS a un lenguaje o software
- Relacionar los métodos de validación propuestos para los modelos realizados en DS y las simulaciones de las líneas de espera
- Realizar ejemplos prácticos que demuestren la viabilidad de integración entre la DS y las líneas de espera.

1.3.1 Relación de terminologías

La DS permite modelar y simular todo tipo de sistema real, incluyendo las líneas de espera o sistemas de colas. Tradicionalmente los sistemas de colas han sido ampliamente modelados y recreados utilizando el método de simulación de eventos discretos (SED), punto de partida para lograr una comparación hacia un DS. Los sistemas se componen o describen (basado en SED) en entidades, atributos, actividades, estados y eventos (BARCELÓ, 1998) (LAW & KELTON, 2006).

- **Las entidades** corresponden a los elementos que conforman el sistema (no necesariamente deben ser tangibles). En el caso de un sistema de colas las entidades corresponden a los clientes, servidores (elementos físicos) y a la cola misma (elemento no tangible).
- **Los atributos** equivalen a las propiedades de un sistema. En el sistema de colas los atributos responden al origen (entrada), destino (salida) y servicio requerido.
- **La actividad** representa los tiempos manejados dentro el sistema, por ejemplo el tiempo entre llegadas y tiempo del servicio.
- **El estado** se considera como el conjunto de variables necesaria para caracterizar el sistema en un momento dado. En un sistema de colas estas variables pueden ser número de clientes en espera de recibir un servicio, tiempo promedio entre llegadas, tiempo promedio de servicio, numero de servidores ocupados, entre otras.
- **El evento** se define como una ocurrencia instantánea que puede cambiar el estado de un sistema. En un sistema el evento es originado por las llegadas y salidas de clientes. En las siguientes ilustraciones (ver ilustraciones 16 y 17) se pueden observar los algoritmos tipo que describen ambos eventos.

Ilustración 16. Algoritmo para el evento de llegadas de clientes

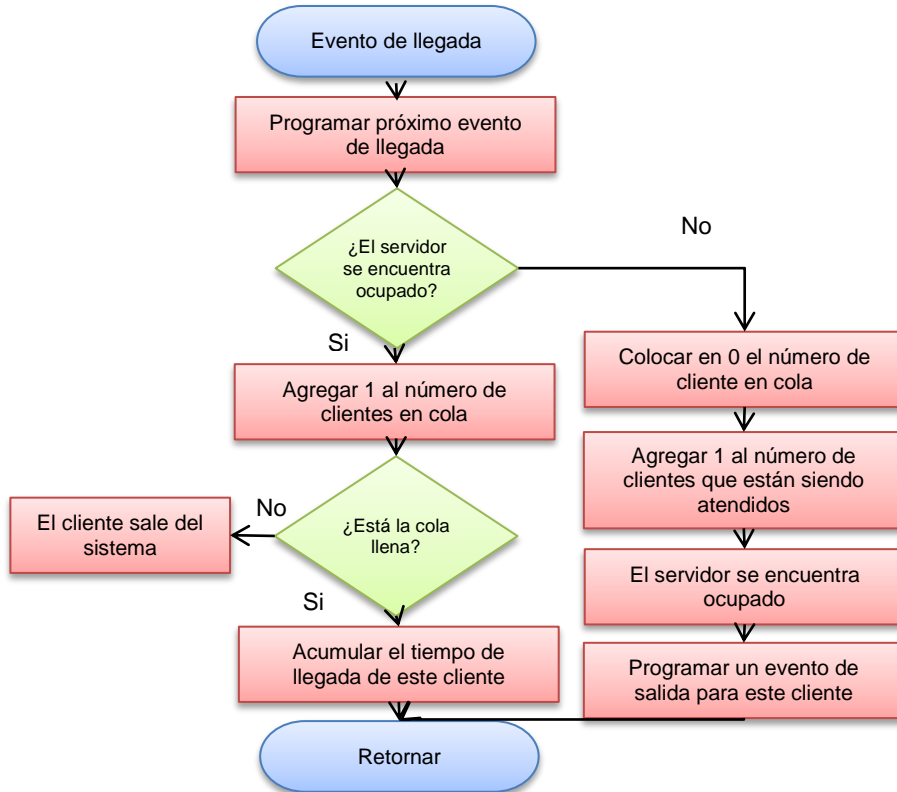
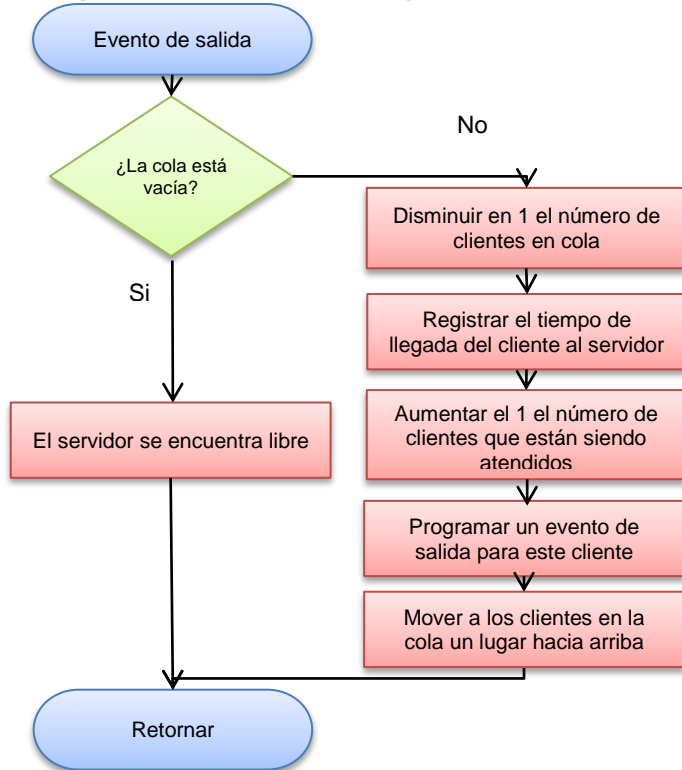


Ilustración 17. Algoritmo para el evento de llegadas de clientes



Fuente: Traducción realizada por los autores basado en Law y Kelton, 2006

CAPÍTULO 1. RELACIÓN ENTRE LAS LÍNEAS DE ESPERA Y LA DINÁMICA DE SISTEMAS

A diferencia de los métodos de simulación tradicionales (SED), la DS solo describe un sistema mediante variables y sus relaciones, además de que es utilizada para simular eventos continuos. A esto se le suma el inconveniente de que existen muy pocos autores que se han dedicado a la comparación entre ambos métodos de simulación.

Los principales aportes en el proceso de acoplar el método SED y SD han sido dados por Sweetser (1999), Lane (2000), Brailsford y Hilton (2001, 2008), Morecroft y Robinson (2006). En la siguiente tabla se resume la relación entre ambos métodos.

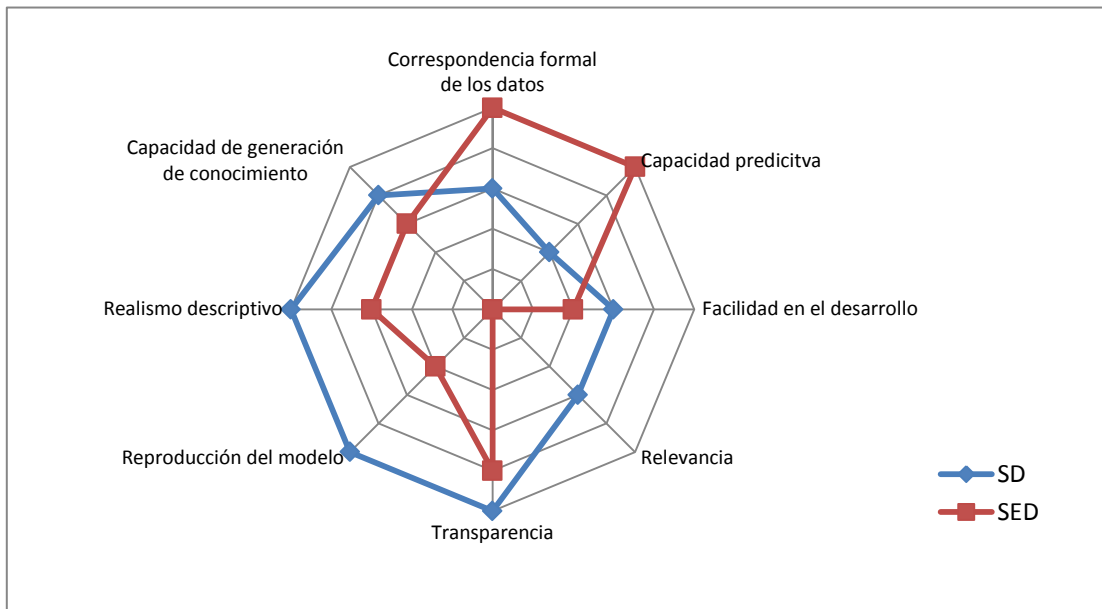
Tabla 2. Relación entre la SD y SED

Dinámica de Sistemas (SD)	Simulación de Eventos Discretos (SED)
Continua	Basado en eventos discontinuos
No considera entidades individuales	Compuesto de entidades
Bajo requerimiento de datos	Alto requerimiento de datos
Naturaleza cualitativa	Naturaleza cuantitativa
Permite una visual completa del sistema (holística)	La visión se centra en componentes individuales (analítica)
Los procesos son transparentes	Los procesos suelen estar ocultos
El sistema es representado mediante flujos y acumuladores	El sistema es representado como colas y actividades

Fuente: Traducción realizada por los autores basado en Sweetser (1999), Lane (2000), Brailsford y Hilton (2001, 2008), Morecroft y Robinson (2006)

A pesar de las disimilitudes, varios autores han realizado comparaciones éxitas (TAKO & ROBINSON, 2008). En la ilustración 18 se puede observar en que aspectos la DS aventaja a la SED.

Ilustración 18. Comparación entre un SD y un SED



Fuente: Traducción realizada por los autores basado en Brailsford y Hilton (2001)

Para lograr un modelo estructural de un sistema de colas mediante DS, el primer paso conduce a la caracterización del sistema en variables (ver tabla 3), con la ayuda de la definición de las entidades (clientes, servidores y cola), atributos (entrada y salida) y actividades (tiempos de llegada y servicio) dadas en un SED.

Tabla 3. Variables básicas que caracterizan un sistema de colas

Variable	Descripción
Llegada Clientes (entrada)	Número de clientes que ingresan al sistema por unidad de tiempo
Tránsito hacia el servidor	Número de personas que se desplazan hacia el servidor
Tasa de llegada	Número de clientes que llegan al sistema por unidad de tiempo
Tasa de servicios	Número promedio de clientes atendidos por unidad de tiempo
Clientes en cola	Número de clientes que conforman la cola
Cliente en servidor	Número de clientes que están siendo atendidos
Capacidad	Capacidad en el número de clientes que pueden estar en espera de ser atendidos.
Salida Clientes	Número de clientes que salen del sistema por unidad de tiempo

Fuente: Elaborado por los autores

En este caso, el número de servidores y filas determinan la cantidad de variables a utilizar en el sistema (por ejemplo, dos servidores podrían definirse como

servidor_1 y servidor_2). En el caso de la disciplina la DS, al no enfocarse en los atributos, dificultan un tratamiento individualizado en la ordenación de los clientes en la cola por lo que este aspecto no sería tenido en cuenta en el proceso de modelado.

En el siguiente capítulo (ver capítulo 2) se establecerán las similitudes entre los componentes de un sistema de colas y el diagrama Forrester, y su adaptación al software Stella[®].

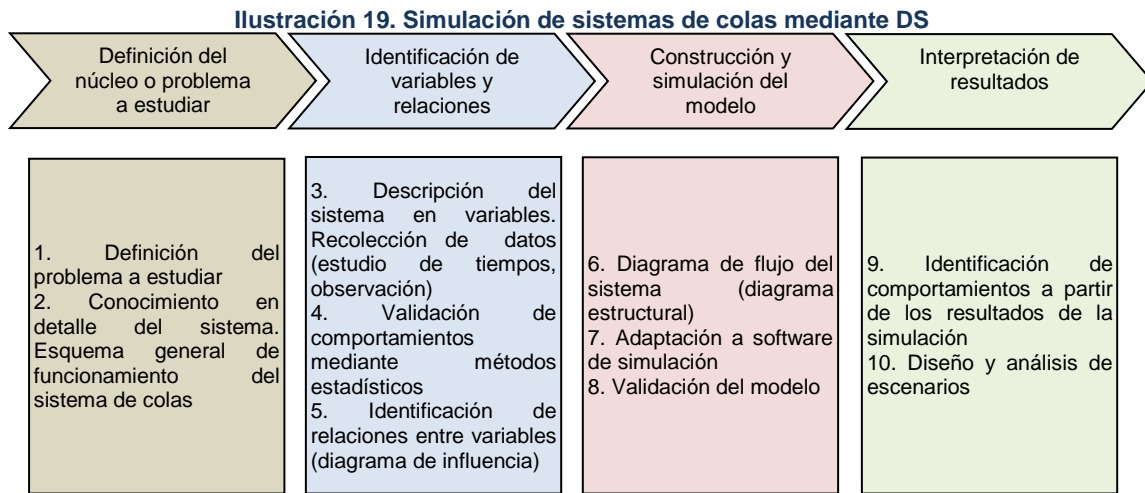
1.3.2 Relación metodológica

Ambos métodos (DS y SED) poseen características comunes que permiten su comparación. En este libro se tomará como parámetro metodológico de la DS.

- 1. Definición del núcleo problema a estudiar:** Equivalente a la caracterización general del sistema. Se determina el funcionamiento general del sistema de colas, definiendo el número de filas, tipo de clientes, servidores, capacidades, distribuciones y disciplina de la cola.
- 2. Identificación de variables y establecer sus relaciones:** Se establecen las variables y se identifican sus relaciones. Este paso requiere conocer el valor de las variables mediante estudios de tiempos y/o la observación directa.
- 3. Construcción y simulación del modelo:** Se procede a establecer el mapa completo de variables y relaciones, que conciben el sistema en un diagrama de flujo. Este modelo deberá ser adaptado a un software de DS, (ejemplo, I Think, Stella o Vensim), que facilitan su incorporación al ordenador. El modelo creado necesitará ser validado con la realidad, mostrando congruencia con los resultados arrojados en la simulación.

4. Interpretación de resultados: Como última fase, los resultados se analizan y se realizan pruebas sobre diferentes escenarios.

En la ilustración 19 se muestra el marco metodológico con pequeñas adaptaciones necesarias para la simulación de líneas de espera mediante DS.



Fuente: Elaborado por los autores

CAPÍTULO 2. MODELAMIENTO DE LÍNEAS DE ESPERA MEDIANTE DINÁMICA DE SISTEMAS

En éste capítulo se clasifican los elementos de un sistema de colas o líneas de espera de acuerdo a los tipos de variables empleados por la DS, estableciendo posteriormente las relaciones primarias entre variables. La simulación definitiva de un sistema de colas mediante DS se logrará adaptando los requerimientos del modelo a un software de simulación⁴.

El capítulo finaliza con un ejemplo sencillo , modelado y simulado empleando la DS, comparado con la simulación del mismo basado en el método SED.

2.1 CLASIFICACIÓN DE LAS VARIABLES

Las variables identificadas en el capítulo anterior (ver tabla 3), deberán ser clasificadas entre los tipos de variables considerados por la DS⁵. En principio, las variables cuyos valores varíen en relación al tiempo serán representadas mediante variables de flujo con la siguiente notación (ARACIL, 1995).

$$f(X) = \frac{dX}{dt} \quad (2)$$

Siendo X la representación de la magnitud de la variable dependiente del tiempo t . Esta notación se ajusta a la descripción de las variables *llegada_clientes* y *salida_clientes*. Estas variables tienen implícita la caracterización del

⁴ En este caso se usará el software Stella, software académico comercial más reconocido a nivel mundial para las simulaciones en DS

⁵ En el apartado 1.1.2 se señalaron los tres tipos de variables utilizadas por la DS: estado, flujo y auxiliar.

comportamiento de las llegadas de los clientes y los tiempos de servicio de los proveedores, respectivamente.

Las variables de estado (o de niveles), permiten almacenar datos temporalmente, los que pueden ser abstraídos en un momento dado por una variable flujo. Esta condición se asemeja al comportamiento de los *clientes_en_cola*, donde la cantidad de personas que se encuentran en la fila de espera son retenidas durante un tiempo, es alimentada por los clientes que ingresan a las instalaciones y disminuida en cantidad por los clientes que se dirigen a los servidores.

Algo similar ocurre en la representación de los *clientes_en_servidor*, como variables de estado que almacenan el número de clientes que están siendo atendidos, es alimentada por los clientes que se dirigen al servidor (si éste tiene una plaza disponible), valor que disminuye, cuando el servidor finaliza la prestación del servicio y el cliente procede abandona el lugar. La diferencia entre las variables que referencian a los servidores y las colas radica, en que los servidores deben incluir un mecanismo que indique que el servicio fue culminado con éxito después de un determinado tiempo.

El resto de las variables (*tasa_de_llegada*, *tasa_de_servicio* y *capacidad*) manejan valores constantes aludiendo al tipo de variables auxiliares.

Tabla 4. Clasificación de las variables de un sistema de colas desde la óptica de la DS

Variable	Tipo de variable
Llegada Clientes (entrada)	Flujo
Tránsito hacia el servidor	Flujo
Tasa de llegada	Auxiliar
Tasa de servicio	Auxiliar
Clientes en cola	Estado
Cliente en servidor	Estado
Capacidad	Auxiliar
Salida Clientes	Flujo

Fuente: Elaborado por los autores

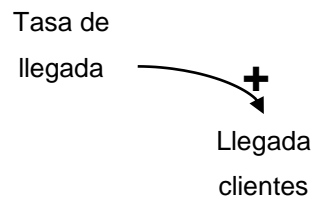
2.2 RELACIONES ENTRE VARIABLES

A continuación se establecen las relaciones entre las variables básicas definidas en el punto anterior, tomando como referencia a las variables de flujo identificadas. El ejemplo se basa en un sistema de colas con un solo servidor.

2.2.1 Llegada de clientes

Corresponde al primer evento que se ejecuta dentro del sistema y es dependiente de la tasa promedio de llegada. Si la tasa promedio aumenta (número de personas por unidad de tiempo), el número de llegadas por unidad de tiempo se incrementa, en caso contrario, el valor de esta variable disminuye.

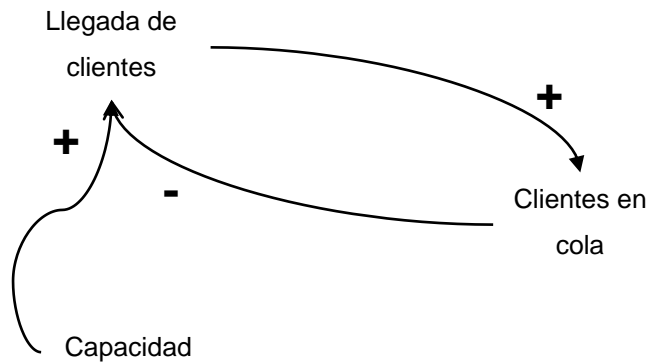
Ilustración 20. Relación entre la tasa de llega y la llegada de clientes



Fuente: Elaborado por los autores

La tasa de llegada equivaldrá al valor promedio de personas por unidad de tiempo, resultado de la aplicación de un estudio de tiempos. Por otro lado, las llegadas de clientes corresponden a un valor discreto (en este caso se hace alusión a un valor entero) cuyo comportamiento deberá ser ajustado a una distribución de probabilidad (usualmente una distribución Poisson). Esta variación afecta de forma directa al número de clientes en cola (ver ilustración 21). El número máximo de clientes en cola está limitado por la capacidad, generando un ciclo retroalimentado que bloquea la llegada de usuarios cuando la cola se encuentre llena.

Ilustración 21. Relación entre la llegada de clientes y los clientes en cola



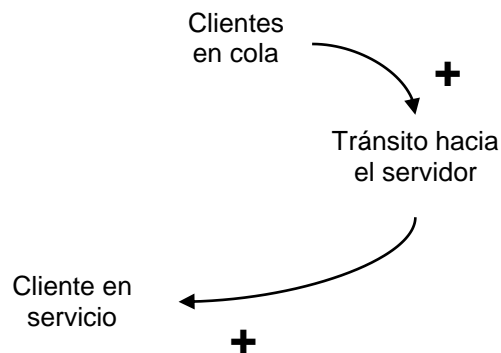
Fuente: Elaborado por los autores

2.2.2 Salida de clientes

Cuando el servidor se desocupa, uno de los clientes que está en la cola transita hacia la plaza que se encuentra libre, con esta acción el servidor pasará a estar ocupado.

El incremento en el número de personas en cola, aumenta la posibilidad de que existan más personas en tránsito y por ende, más servidores ocupados (ver ilustración 22).

Ilustración 22. Relación entre los clientes en cola y clientes en servicio

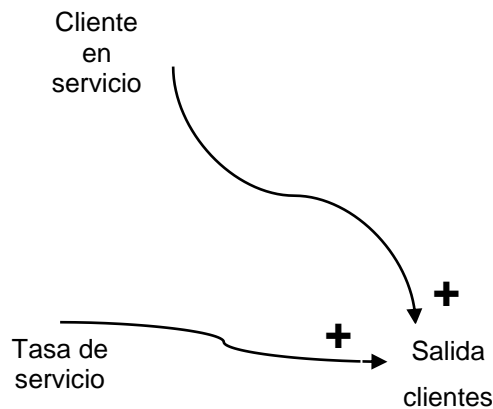


Fuente: Elaborado por los autores

CAPÍTULO 2. MODELAMIENTO DE LÍNEAS DE ESPERA MEDIANTE DINÁMICA DE SISTEMAS

Los clientes que se encuentran en el servidor demoran un tiempo determinado por una tasa de servicio (número de personas atendidas por unidad de tiempo) y una distribución característica en el tiempo de servicio (usualmente de tipo exponencial). Una vez cumplido el tiempo de servicio, el cliente saldrá del sistema. Si la tasa de servicio aumenta, el tiempo dedicado al servicio disminuye, originando un mayor flujo de clientes saliendo del sistema.

Ilustración 23. Relación entre la el servicio y la salida de clientes



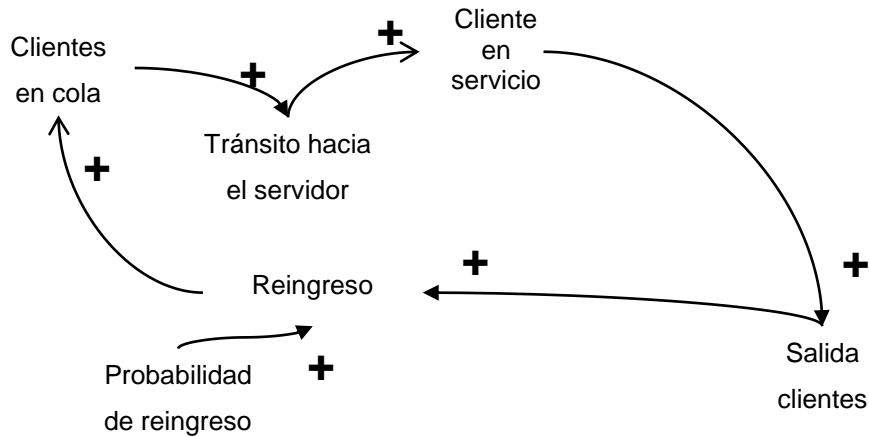
Fuente: Elaborado por los autores

2.2.3 Retroalimentaciones y pérdidas en las líneas de espera

Las retroalimentaciones en las líneas de espera o sistemas de colas han sido muy poco estudiadas debido a su complejidad analítica (AYYAPPAN, MUTHU, & SEKAR, 2010). La retroalimentación y las pérdidas se dan sólo en clientes que tienen su visita al sistema como una actividad de baja prioridad. La retroalimentación ocurre cuando un cliente no satisfecho o que debe adelantar un proceso posterior (por ejemplo, en espera de la autorización de un cheque) decide ingresar nuevamente a la cola de acuerdo a una probabilidad q , mientras que la pérdida tiene origen cuando el cliente decide no seguir esperando en cola (tiene mucho tiempo esperando) basado en una probabilidad p . En la siguiente

ilustración se muestran ambos casos (ARTALEJO & FALIN, 2002) (MOKADDIS, METWALLY, & ZAKI, 2007). En el caso de una retroalimentación se requerirían dos nuevas variables (*reingreso* y *probabilidad_de_reingreso*) generando un ciclo positivo (ver ilustración 24).

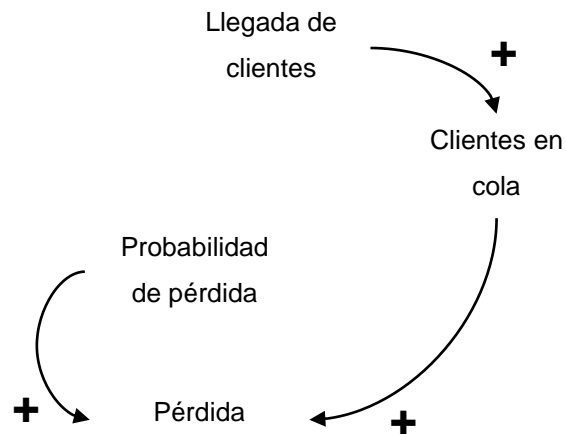
Ilustración 24. Retroalimentación en un sistema de colas



Fuente: Elaborado por los autores

La pérdida puede ser descrita con dos variables similares a las empleadas en la retroalimentación. Un aumento en el tamaño de la cola mejora las posibilidades de pérdida de clientes en el sistema (ver ilustración 25).

Ilustración 25. Pérdidas en un sistema de colas



Fuente: Elaborado por los autores

2.2.4 Diagrama causal completo de un sistema de colas

El diagrama causal o Forrester completo del sistema de colas propone una visión holística que muestra los efectos directos e indirectos entre las variables, establecida por un proceso más intuitivo que analítico (ver ilustración 26 en hoja siguiente).

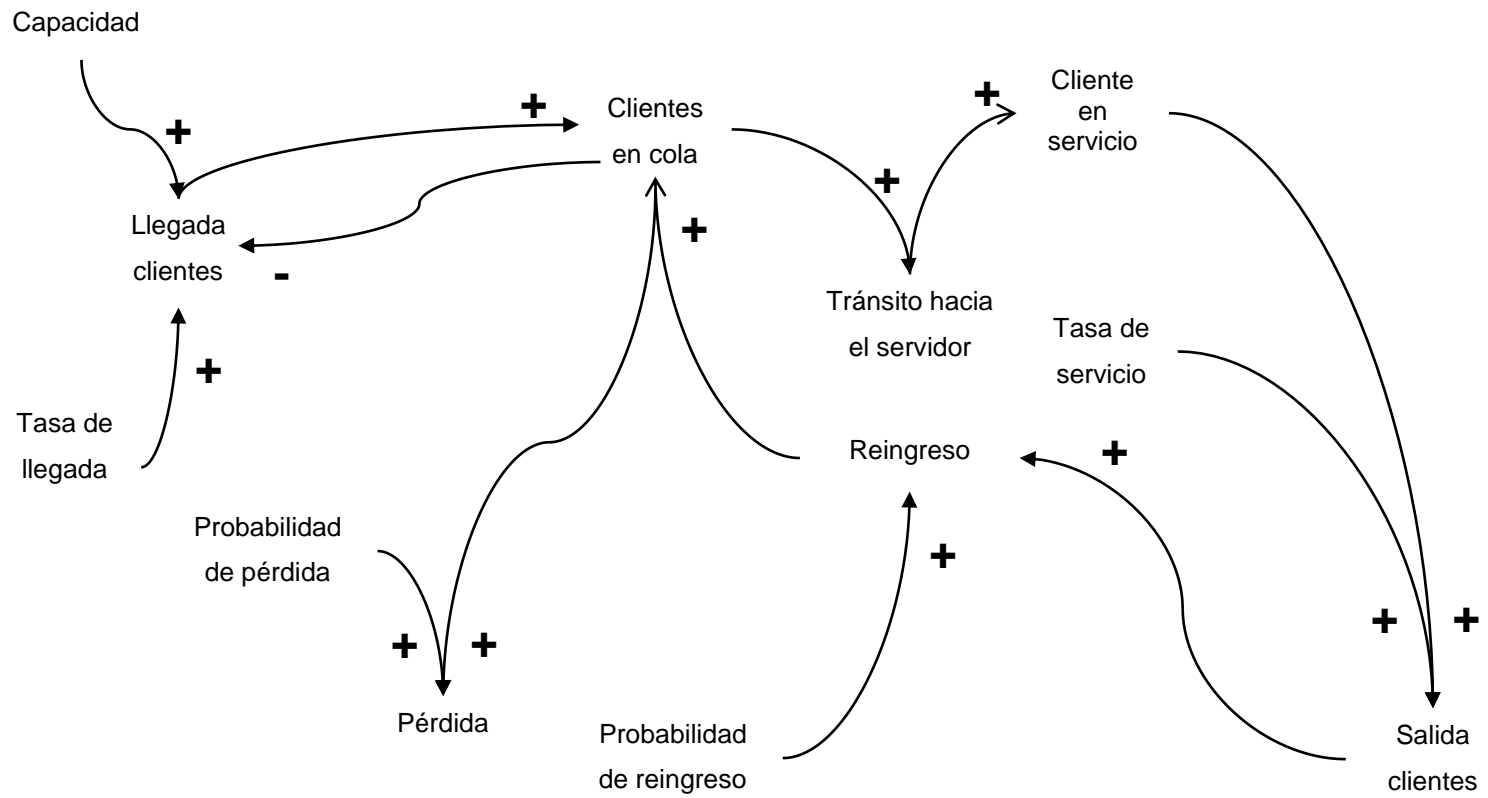
En la siguiente tabla se resumen las relaciones directas e indirectas, entre las variables. Las filas de las tablas muestran la influencia de una variable sobre otras, mientras que las columnas señalan las variables que afectan a otra variable.

Tabla 5. Tabla resumen de efectos entre variables

	Tasa de llegada	Llegada de clientes	Capacidad	Clientes en cola	Probabilidad de pérdida	Perdida	Tránsito hacia el servidor	Cliente en servicio	Tasa de servicio	Probabilidad de reingreso	Reingreso	Salida de clientes
Tasa de llegada		+		+		+	+	+			+	+
Llegada de clientes				+		+	+	+			+	+
Capacidad				+		+	+	+			+	+
Clientes en cola						+	+	+			+	+
Probabilidad de pérdida						+						
Perdida												
Tránsito hacia el servidor				+		+		+			+	+
Cliente en servicio				+		+	+				+	+
Tasa de servicio				+		+	+	+			+	+
Probabilidad de reingreso				+		+	+	+			+	
Reingreso				+		+	+	+				
Salida de clientes				+		+	+	+			+	

Fuente: Elaborado por los autores

Ilustración 26. Diagrama causal de un sistema de colas



Fuente: Elaborado por los autores

La variable *perdida* será tratada como una variable de salida que no retroalimenta al sistema mismo, pero a su vez, es afectada positivamente por todas las variables del sistema (cualquier incremento de cualquier variable puede inducir a un aumento en las pérdidas de clientes).

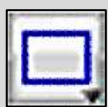
2.3 MODELADO BASADO EN EL SOFTWARE STELLA®

En este estudio se empleó la herramienta informática STELLA® (similar al software VENSIM), el software más completo que hasta la fecha se encuentra en su versión 9. STELLA® es un software utilizado para simular todo tipo de modelos en tiempo real a través del concepto de redes dinámicas (VERGARA, AMEZQUITA, & MAZA, Modelamientos de cadenas agroindustriales mediante simulación de redes, 2009). El programa consta de cuatro secciones: una interfaz del usuario (*Interface*), un área de para visualizar el diagrama o red (*Map*), la zona de trabajo para construir el modelo en modo gráfico (*Model*) y un área que muestra la programación o algoritmo del modelo (*Equation*). STELLA maneja dos componentes básicos para la construcción de los gráficos: *los vectores* y *los nodos* (o *variables*).





Los vectores (*Connector*): permiten relacionar diferentes nodos, indicando la secuencia del flujo de información a través del modelo. Se identifican mediante una flecha.

Los nodos representan las variables dentro del modelo de redes. STELLA® maneja tres tipos de nodos: *Almacenamiento* (*Stock*), *Flujo* (*Flow*) y *Convertidores* o *auxiliares* (*Converter*).



Los nodos de almacenamiento o estado (*Stock*): se encargan de acumular datos (unidades, productos, personas, horas, etc.). Se representan mediante un cuadrado.

	<p>Los nodos de flujo (Flow): generan los datos que alimentan a la simulación. Por ejemplo, pueden simular las compras de un cierto producto durante un mes.</p>
---	---

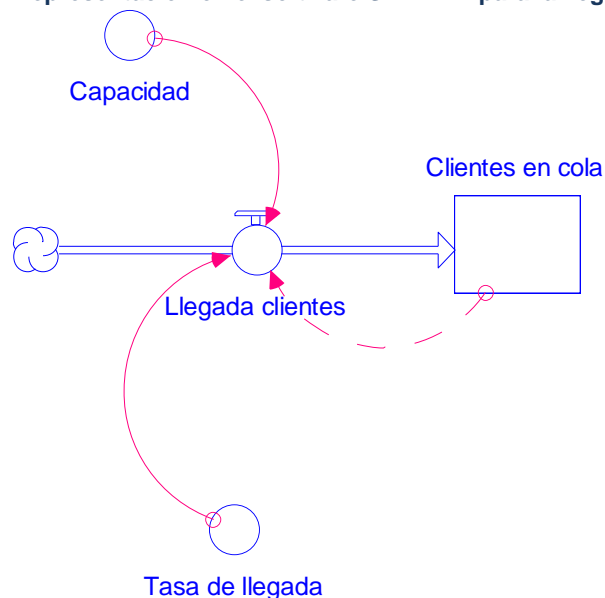
	<p>Los nodos convertidores o auxiliares (Converter): hacen el papel de funciones aritmético lógicas, las cuales procesan los datos manejados por el modelo. También desempeñan valores constantes. Se representa por un círculo.</p>
---	---

En el apartado 2.1 se establecieron como encajaban las variables del sistema de colas dentro de la DS. La construcción del modelo final paso a paso se explica a continuación.

2.3.1 Llegada de clientes

Este evento está conformado por 4 variables (1 de flujo, 2 auxiliares y 1 de estado) y tiene la siguiente representación en el software STELLA®.

Ilustración 27. Representación en el software STELLA® para la llegada de clientes



Fuente: Elaborado por los autores

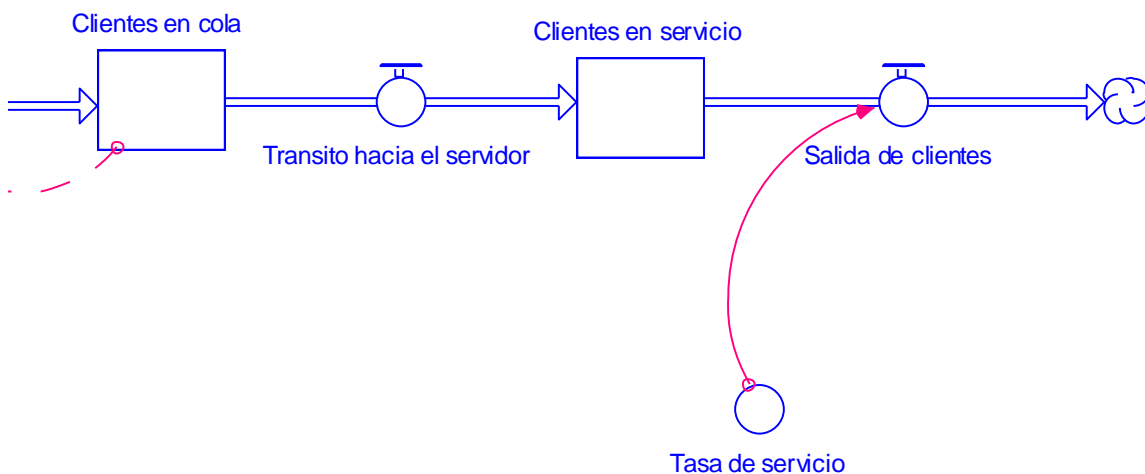
CAPÍTULO 2. MODELAMIENTO DE LÍNEAS DE ESPERA MEDIANTE DINÁMICA DE SISTEMAS

La retroalimentación entre los clientes en cola y la llegada de clientes posee un vector de información para establecer una alerta en caso de que el número de clientes alcance la capacidad establecida por el sistema.

2.3.2 Salida de clientes

La cola se conecta a los clientes en servicio mediante una variable de flujo, que provoca la salida del cliente de la fila y una estrada al lugar donde recibirá el servicio. La salida de clientes continúa con la evacuación de los usuarios del sistema, disminuyendo los clientes en servicio una vez estos han recibido el servicio según una tasa promedio establecida.

Ilustración 28. Representación en el software STELLA® para la salida de clientes

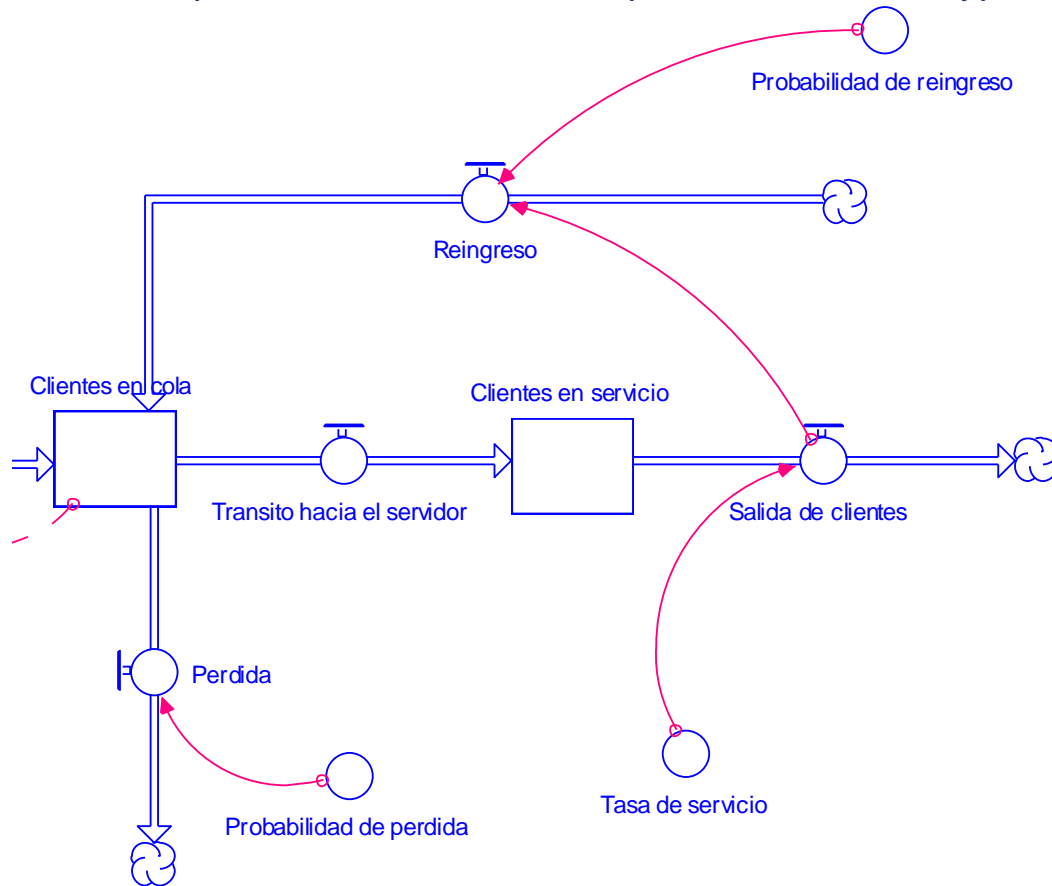


Fuente: Elaborado por los autores

2.3.3 Retroalimentaciones y pérdidas en las líneas de espera

El diagrama básico finaliza con la representación de la retroalimentación y pérdida en el sistema. Las variables *reingreso* y *pérdida* son representadas mediante variables de flujo, indicando el movimiento de clientes por unidad de tiempo.

Ilustración 29. Representación en el software STELLA® para las retroalimentaciones y pérdidas

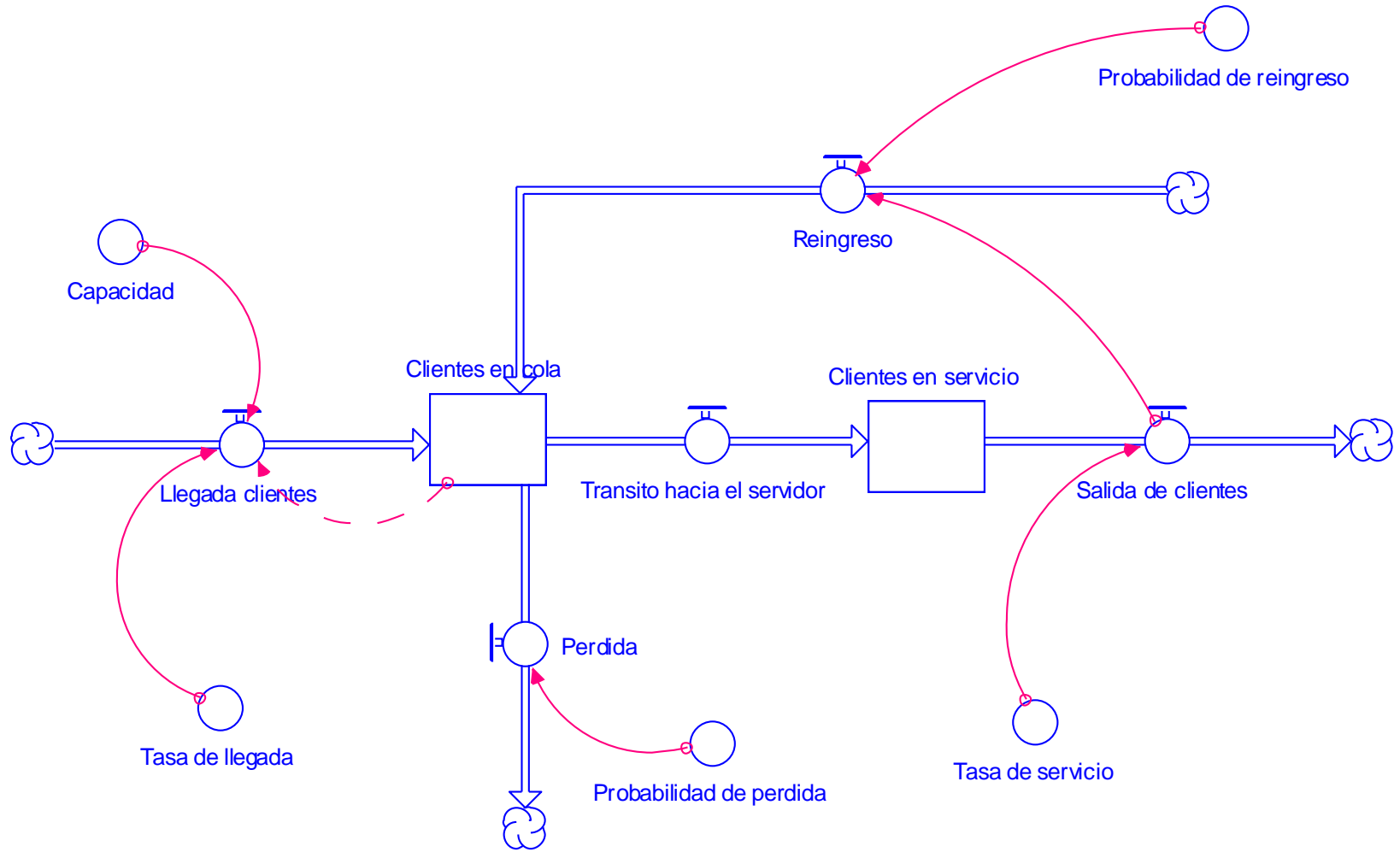


Fuente: Elaborado por los autores

2.3.4 Diagrama causal completo de un sistema de colas

El diagrama completo se puede observar en la ilustración 30. Se resalta la relación que tiene la fila de espera con cuatro variables de flujo, dos para el ingreso y dos para la salida de usuarios en la cola, a diferencia de la óptica tradicional donde la fila de espera posee una sola entrada y una sola salida.

Ilustración 30. Representación en el software STELLA® de un sistema de colas



Fuente: Elaborado por los autores

2.4 EJEMPLO COMPARATIVO DE UN SISTEMA DE COLAS SIMULADO MEDIANTE DS Y SED

A continuación se expone un caso de prueba en un sistema M/G/2 (llegada de clientes con comportamiento Poisson, tiempos de servicios bajo una distribución general y 2 servidores), donde se aplicará un modelo simulado con DS empleando el software STELLA[®] y un modelo similar bajo el método SED (simulado con el software Promodel[®] y WinQSB[®]). Para poder establecer relaciones entre cada simulación realizada, se emplearán el siguiente conjunto de variables de resultado:

Tabla 6. Variables empleadas para describir un sistema de colas

Resultado
Clientes que ingresaron al sistema
Tiempo promedio de espera en cola por cada cliente (Wq)
Tiempo promedio de permanencia en el sistema por cada cliente (W)
Máximo número de personas en el sistema
Promedio de personas que permanecieron en el sistema (L)
Total clientes atendidos
Longitud promedio de la cola
Porcentaje de utilización promedio de los cajeros

Fuente: Elaborado por los autores

Para el tiempo promedio de espera del cliente en el sistema, el tiempo promedio de espera del cliente en la cola y el promedio de personas que permanecieron en el sistema poseen las notaciones Wq , W y L (respectivamente), utilizadas normalmente en la investigación de operaciones.

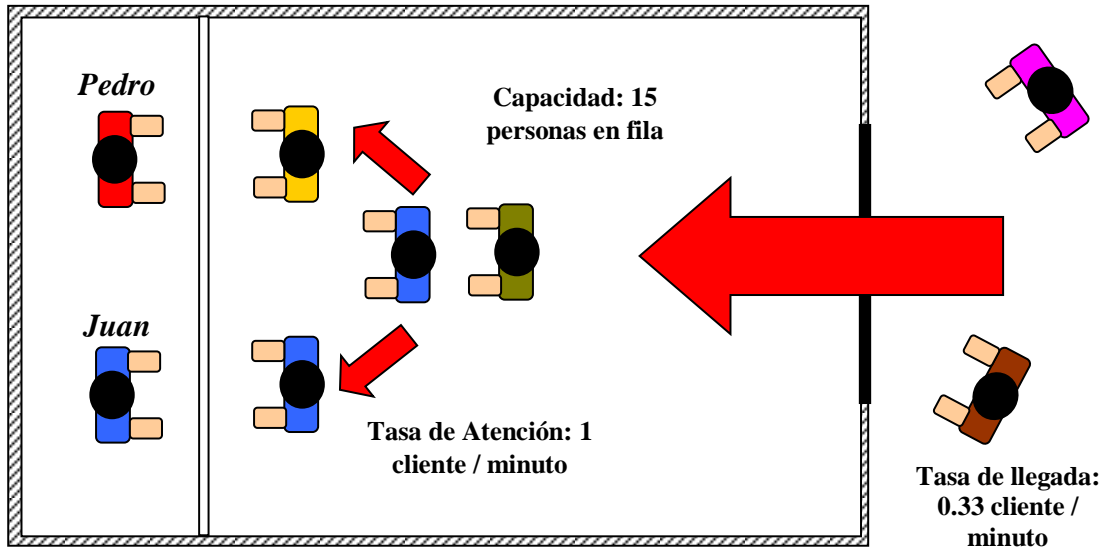
2.4.1 Caso propuesto

Un banco posee dos cajeros (pedro y Juan) los cuales atienden a un cliente en un promedio de 3 minutos con una desviación de 0.01. Los clientes llegan a una tasa de uno cada 1 minuto y hacen una sola cola cuya capacidad es de máximo 15 clientes. Se considera que la llegada de los clientes se comporta de forma muy

CAPÍTULO 2. MODELAMIENTO DE LÍNEAS DE ESPERA MEDIANTE DINÁMICA DE SISTEMAS

similar a una distribución tipo Poisson y los cajeros con una distribución normal. Realizar una simulación para un periodo de 1000 minutos (una muestra representativa de 100 datos).

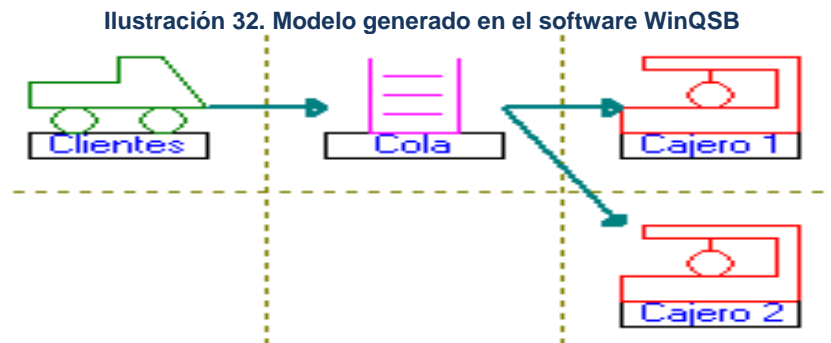
Ilustración 31. Esquema general del sistema de colas propuesto



Fuente: Basado en libro Análisis Cuantitativo con WinQSB de los autores Víctor Quesada Ibargüen y Juan Carlos Vergara Schmalbach (año 2006)

2.4.2 Caso resuelto aplicando SED (WinQSB)

En una simulación bajo el método SED, se establecen las entidades definidas por el cliente, la cola y los dos servidores. En este caso el modelo gráfico generado en WinQSB se muestra en la siguiente ilustración:



Fuente: Elaborado por los autores

La programación condujo a la introducción de los parámetros o funciones para la generación de números aleatorios en las llegadas de clientes y tiempos de servicios de los cajeros. Una vez simulado el modelo, se registraron 686 clientes. El tiempo de espera promedio en la cola fue de 19,74 (Wq). El número máximo de personas en el sistema fue de 17: 15 en espera y 2 siendo entendidos. En promedio permanecieron 15,36 personas en el sistema (L). En la tabla 7 se resumen estos resultados.

Tabla 7. Resultados de la simulación del sistema de colas en WinQSB

Resultado	Valor
Clientes que ingresaron al sistema	686
Tiempo promedio de espera en cola por cada cliente (Wq)	19,74
Tiempo promedio de espera en el sistema por cada cliente (W)	22,71
Máximo número de personas en el sistema	17
Promedio de personas que permanecieron en el sistema (L)	15,36
Total clientes atendidos	669
Longitud promedio de la cola	13,67
Porcentaje de utilización promedio de los cajeros	99,55%

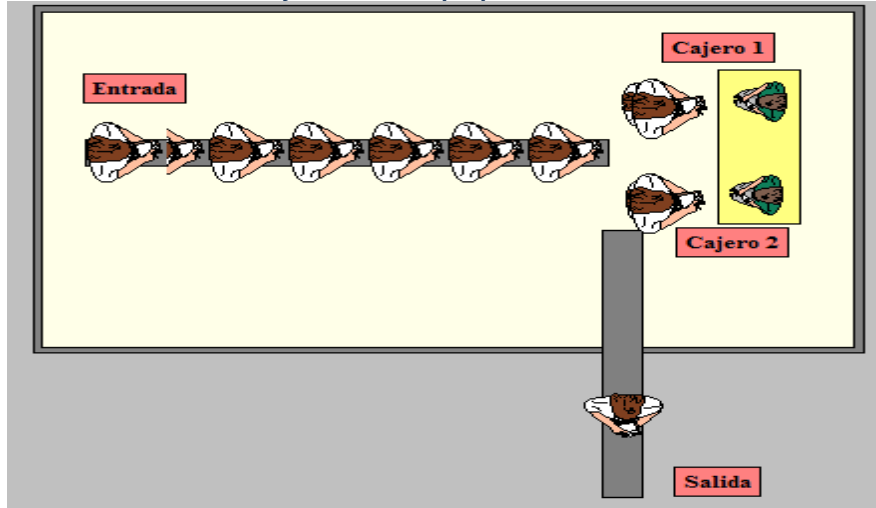
Fuente: Elaborado por los autores

2.4.3 Caso resuelto aplicando SED (Promodel)

Para modelar el sistema en el software Promodel[®], se establecieron como entidades a los clientes y como locaciones se tomaron a los 2 cajeros, 1 banda transportadora (o queue) para el ingreso de los clientes (con capacidad máxima de 15 personas) y 1 banda transportadora para dirigir la salida de clientes (ver ilustración 13).

CAPÍTULO 2. MODELAMIENTO DE LÍNEAS DE ESPERA MEDIANTE DINÁMICA DE SISTEMAS

Ilustración 33. Layout del caso propuesto resuelto en Promodel



Fuente: Elaborado por los autores

Los resultados arrojados por la simulación son muy similares al caso anterior (resuelto en WinQSB®), donde ingresaron al sistema 631 clientes, con un tiempo de permanencia promedio (W) de 23,33 minutos (ver tabla 8).

Tabla 8. Resultados de la simulación del sistema de colas en Promodel

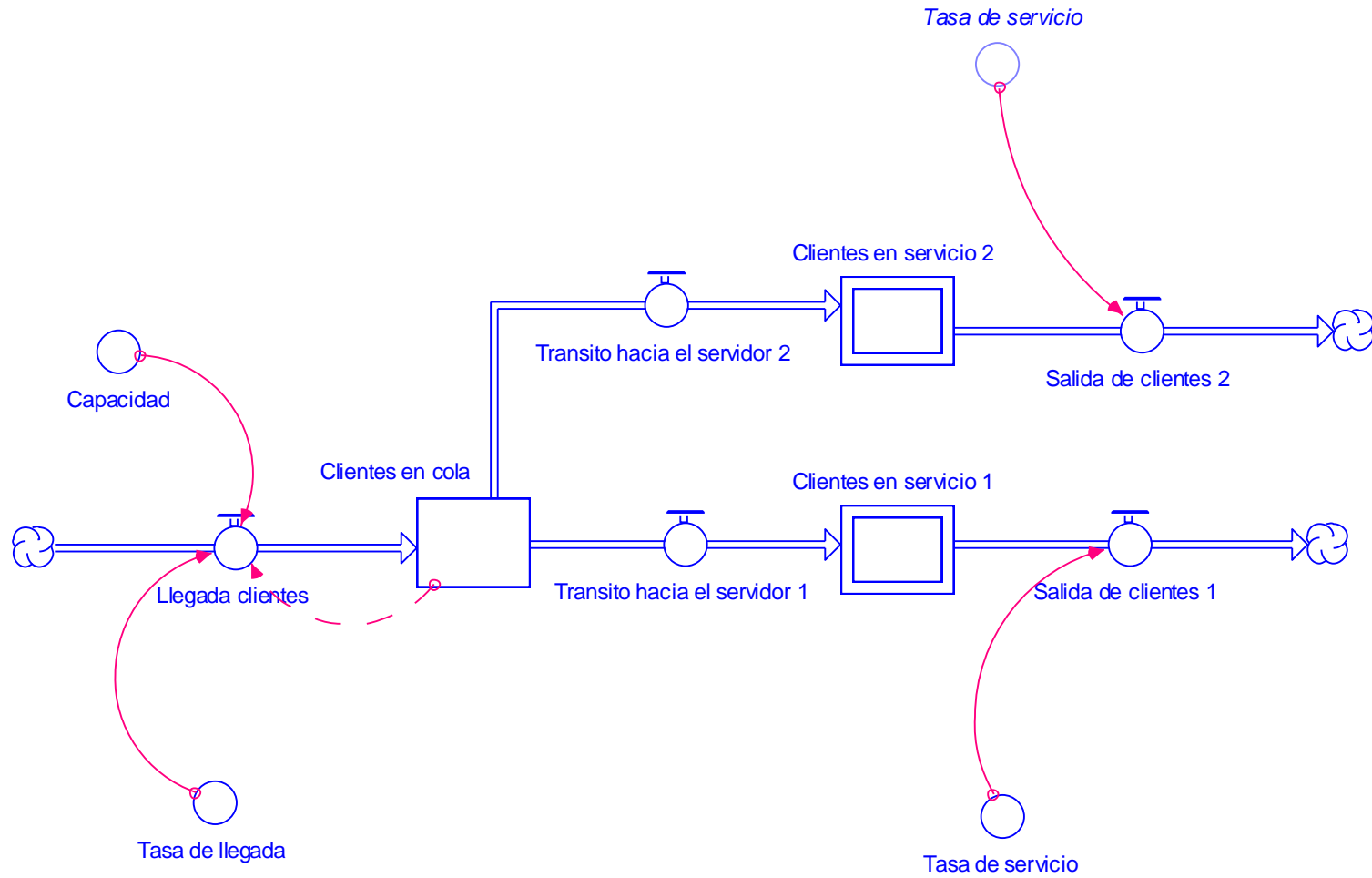
Resultado	Valor
Clientes que ingresaron al sistema	631
Tiempo promedio de espera en cola por cada cliente (Wq)	18,36
Tiempo promedio de espera en el sistema por cada cliente (W)	23,33
Máximo número de personas en el sistema	17
Promedio de personas que permanecieron en el sistema (L)	15,53
Total clientes atendidos	648
Longitud promedio de la cola	13,40
Porcentaje de utilización promedio de los cajeros	99,80%

Fuente: Elaborado por los autores

2.4.4 Caso resuelto aplicando DS (STELLA)

En la representación gráfica en DS no se consideran retroalimentaciones adicionales, ni eventos sobre pérdidas o abandono de clientes, ya que estos datos no se explicitan en el caso propuesto. El modelo resultante muestra el sistema completo, con tres variables de estado representando a la cola y los dos servidores (ver la programación completa en el Anexo A).

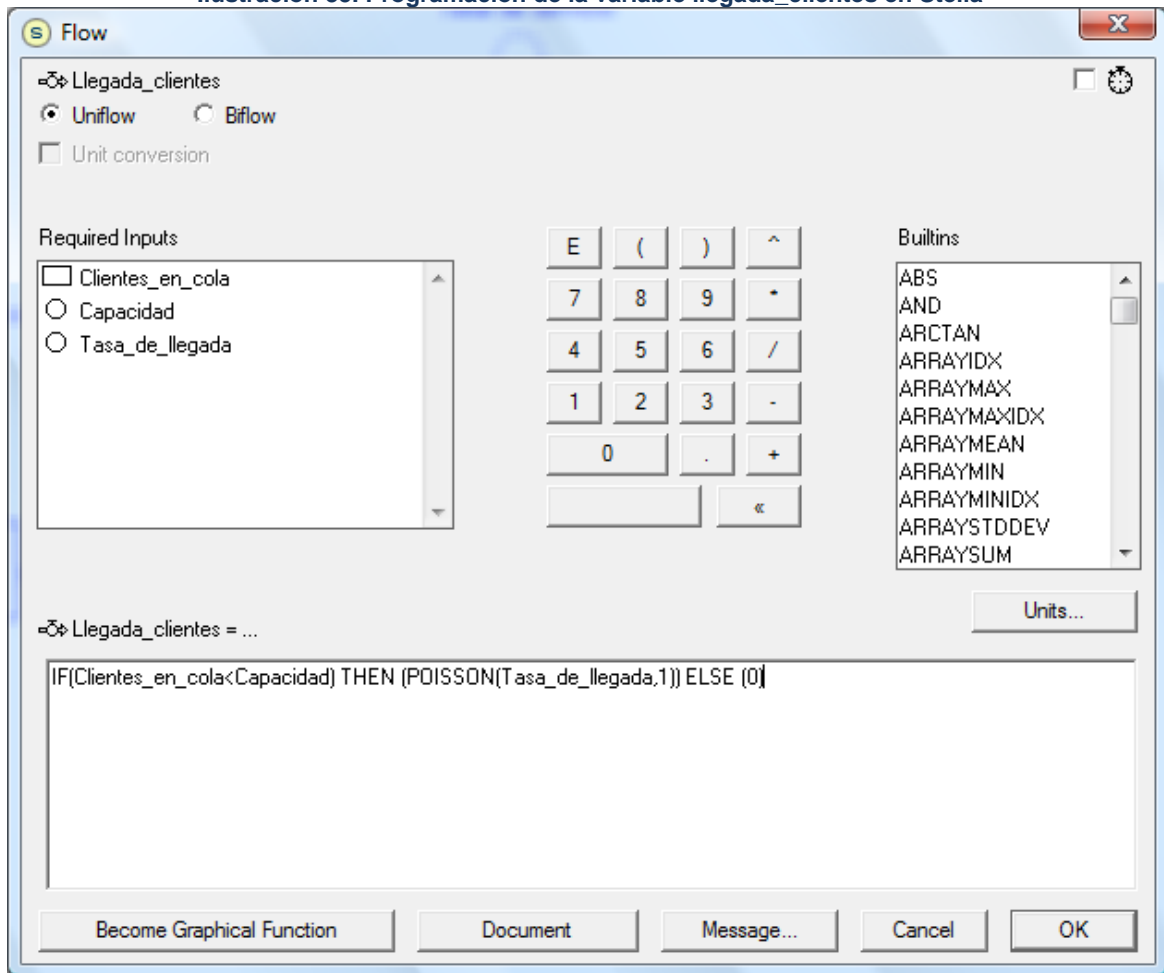
Ilustración 34. Diagrama Forrester del caso propuesto



Fuente: Elaborado por los autores

La variable *llegada_clientes* se programó con la función Poisson, que permite generar números aleatorios discretos con éste comportamiento, inmersa en una función condicional para limitar el número de clientes que ingresan al sistema una vez se haya alcanzado la capacidad.

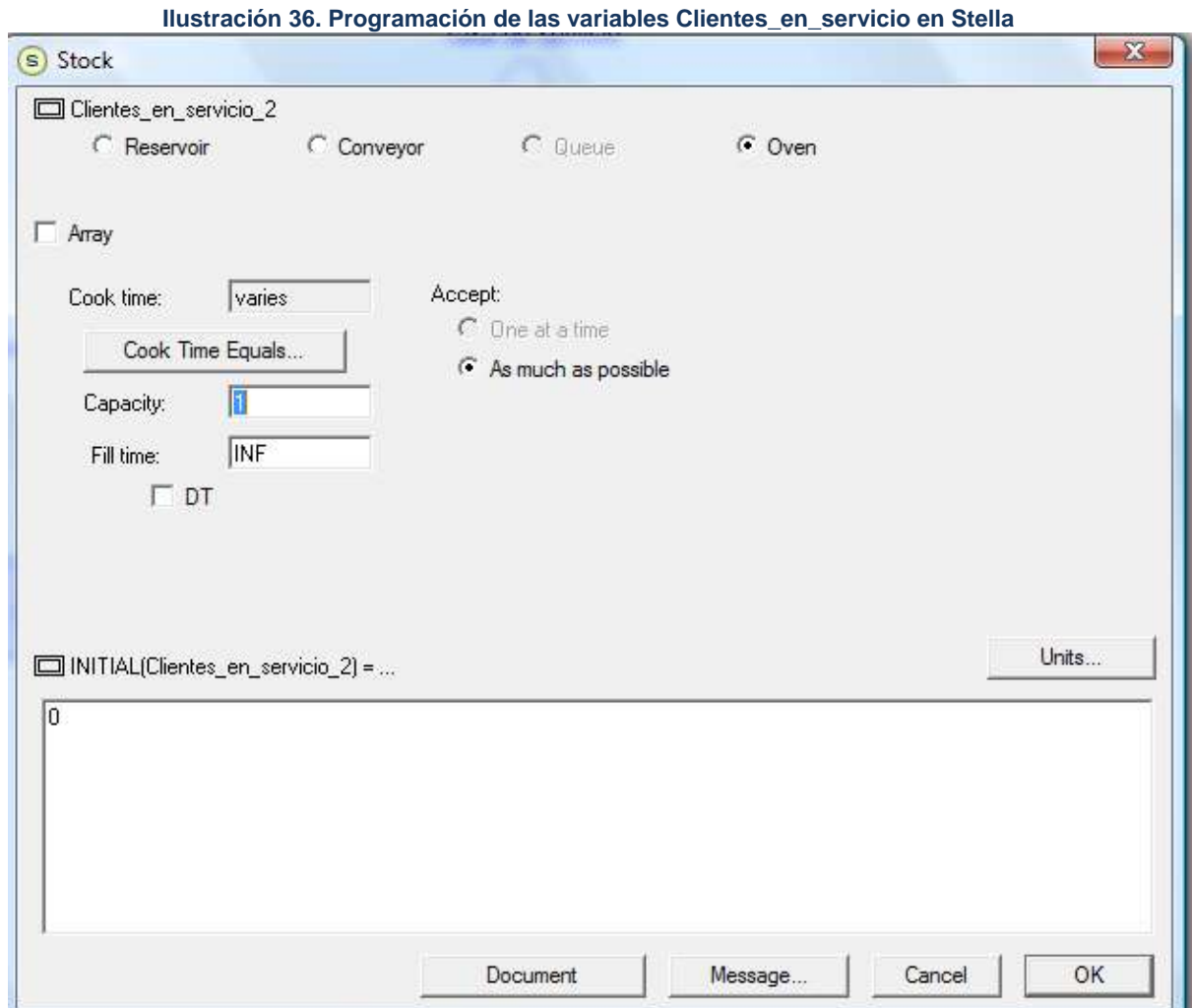
Ilustración 35. Programación de la variable *llegada_clientes* en Stella



Fuente: Elaborado por los autores

La variable de estado *clientes_en_cola* tiene como valor inicial (INITIAL) el 0, indicando que antes del inicio de la simulación, no se habían registrado clientes en cola. Para simular los tiempos de servicios, se optó por trabajar con un tipo especial de variable de estado llamado *OVEN*, que posee un mecanismo retenedor que es liberado una vez se alcance un tiempo estipulado. Esta

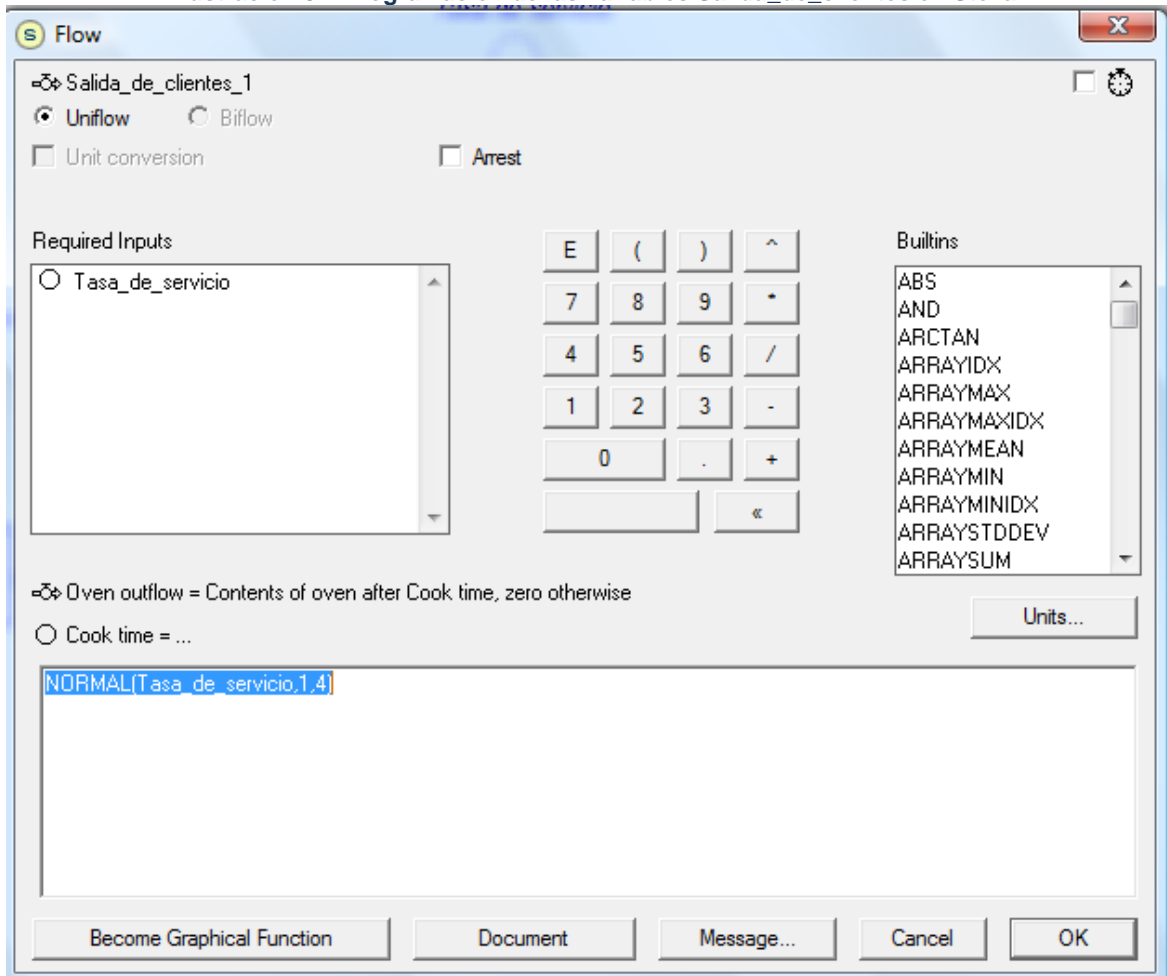
condición permite mantener al cliente en el servicio hasta alcanzar el tiempo de atención generado aleatoriamente (ver ilustración 36).



Fuente: Elaborado por los autores

Las *salida_de_clientes* (1 y 2) conllevan a insertar la función Normal, que tiene por media la *tasa_de_servicio* y una desviación igual a 1 (ver ilustración 37).

Ilustración 37. Programación de las variables Salida_de_clientes en Stella



Fuente: Elaborado por los autores

En caso concreto, donde se expone un modelo M/G/2 simulado en un entorno continuo, arroja resultados similares y comparables a los dos casos resueltos mediante modelos discretos (SED) (ver tabla 9). En la siguiente ilustración se observan el comportamiento aleatorio de las llegadas de los clientes y el número de clientes en cola para los 1000 minutos simulados.

Ilustración 38. Comportamiento de las llegadas de clientes y número de clientes en cola

1: Clientes en cola

2: Llegada clientes

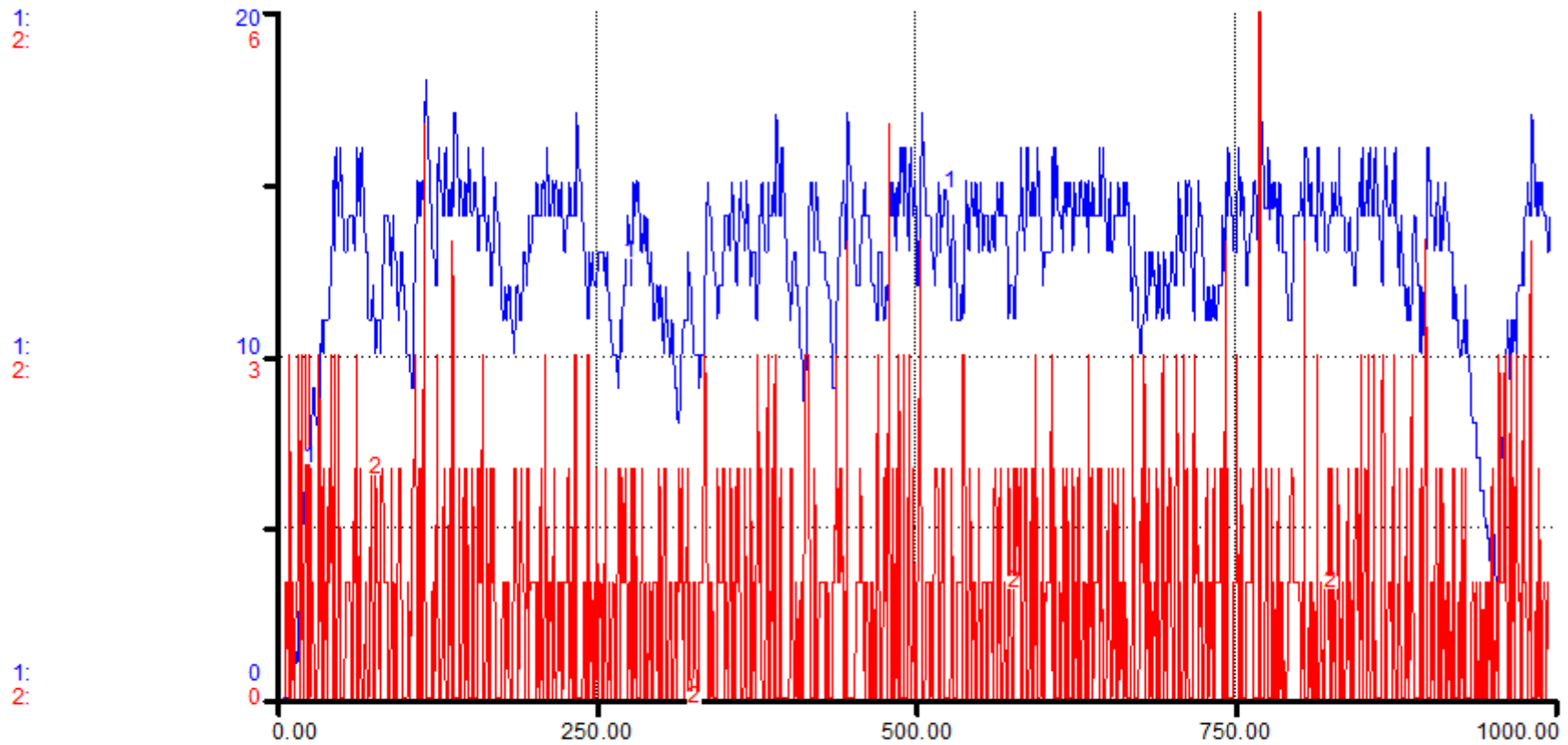


Tabla 9. Resultados de la simulación del sistema de colas aplicando el método DS

Resultado	Valor
Clientes que ingresaron al sistema	591
Tiempo promedio de espera en cola por cada cliente (Wq)	23,79
Tiempo promedio de espera en el sistema por cada cliente (W)	27,16
Máximo número de personas en el sistema	17
Promedio de personas que permanecieron en el sistema (L)	16,05
Total clientes atendidos	575
Longitud promedio de la cola	14,06
Porcentaje de utilización promedio de los cajeros	99,65%

Fuente: Elaborado por los autores

2.4.5 Comparación entre los resultados de las simulaciones

Los resultados de la simulación en DS y SED presentan similitudes como se puede observar en la tabla 10.

Tabla 10. Resultados resumen de la simulación

Resultado	SD (Stella)	SED (WinQSB)	SED (Promodel)
Clientes que ingresaron al sistema	591	686	631
Tiempo promedio de espera en cola por cada cliente (Wq)	23,79	19,74	18,36
Tiempo promedio de espera en el sistema por cada cliente (W)	27,16	22,71	23,33
Máximo número de personas en el sistema	17	17	17
Promedio de personas que permanecieron en el sistema (L)	16,05	15,36	15,53
Total clientes atendidos	575	669	648
Longitud promedio de la cola	14,06	13,67	13,40
Porcentaje de utilización promedio de los cajeros	99,65%	99,55%	99,80%

Fuente: Elaborado por los autores

Las variaciones son originadas (entre ambos modelos) se originan en gran parte a la generación de números aleatorios para las llegadas y tiempos de servicios (ver tabla

Tabla 11. Variación en el tiempo promedio de servicio

Resultado	WinQSB	Promodel	Stella
Tiempo promedio de servicio	2,9761	3,0573	3,4722
Desviación estándar en el tiempo de servicio	0,9867	1.0568	0,4530

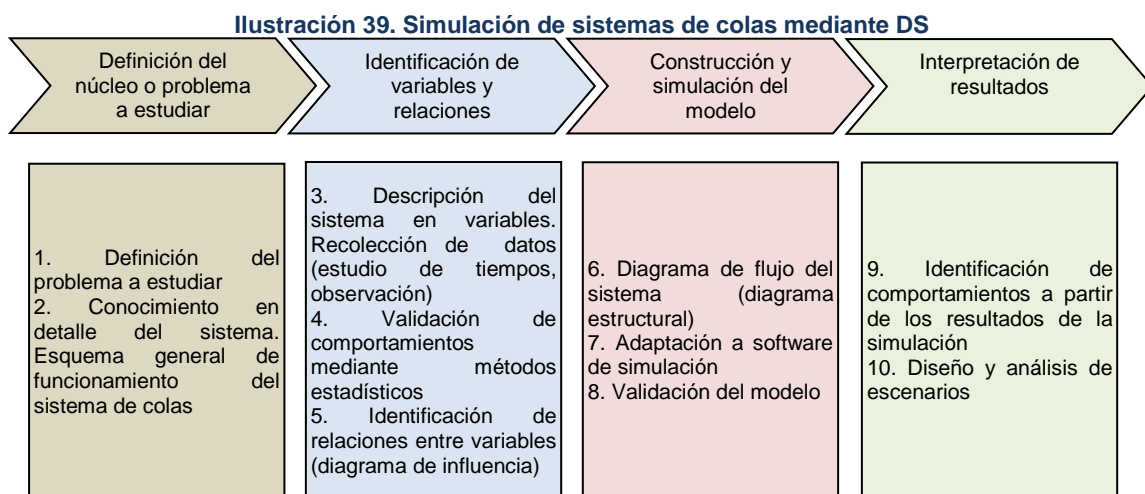
Fuente: Elaborado por los autores

Este caso resuelto es una muestra representativa de que un sistema de colas puede ser simulado empleando DS y SED, con la ventaja que la DS conlleva a un proceso de modelado más intuitivo y transparente. Se recomienda que el periodo de tiempo utilizado en la corrida de la simulación sea lo suficientemente amplio para que los valores resultantes sean equiparables (OZGUN & BARLAS, 2009).

CAPÍTULO 3. SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE ESPERA

CASO ENTIDAD FINANCIERA

El caso comprende el análisis de un sistema de colas en un banco ubicado en el centro histórico de la ciudad de Cartagena (Colombia), involucrando los cuatro pasos definidos en el capítulo 2, para el modelado y simulación mediante DS (ver ilustración 39).



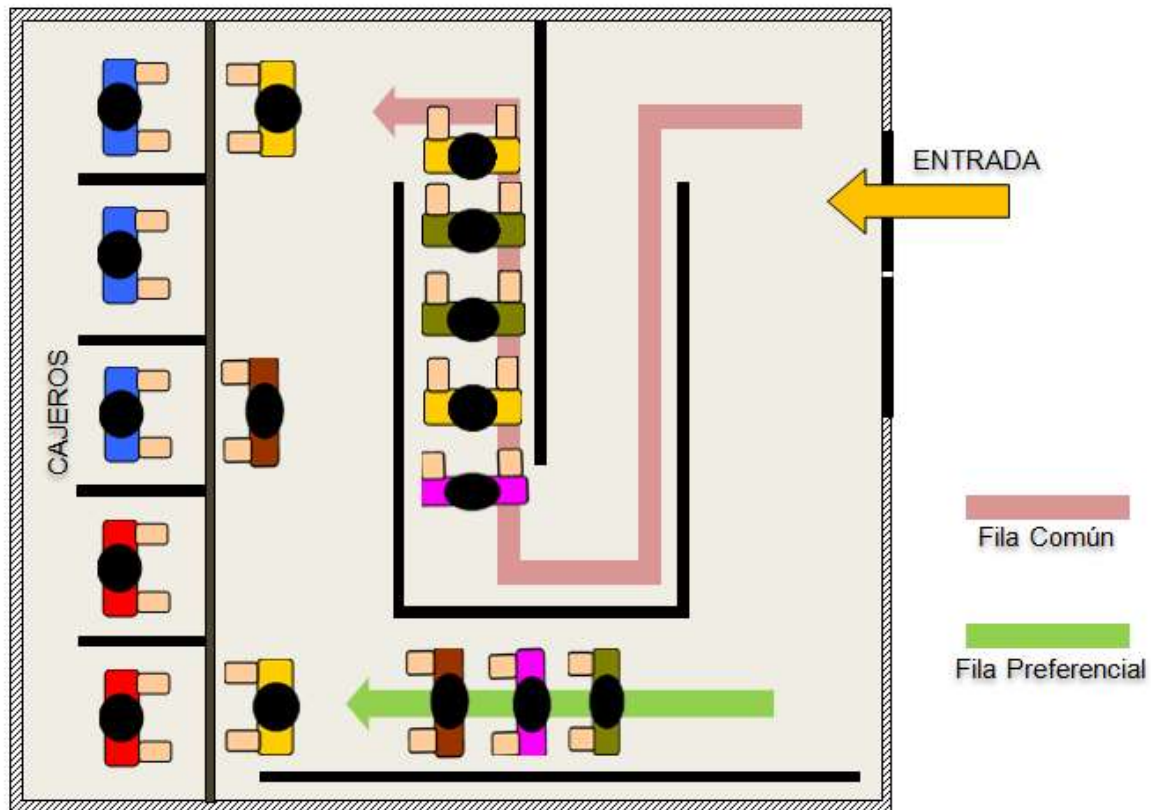
Fuente: Elaborado por los autores

3.1 DEFINICIÓN DEL NÚCLEO O PROBLEMA A ESTUDIAR

El banco se encuentra ubicado en una zona estratégica de la ciudad de Cartagena, donde ofrece un servicio financiero completo tanto a particulares, como a empresarios. La entidad cuenta con un esquema que clasifica a los usuarios en comunes y preferenciales, basado en políticas propias de servicios y adquisición de productos.

Ambos tipos de clientes realizan filas de espera diferenciadas, compartiendo un conjunto de hasta 4 cajeros para los clientes comunes y un cajero exclusivo para la fila preferencial, que ofrecen servicios comunes con procedimientos estandarizados (ver ilustración 40).

Ilustración 40. Esquema general del sistema de colas del caso propuesto



Fuente: Elaborado por los autores

La jornada de atención cubre 6 horas y media, distribuidas en los horarios de 8:00 a.m. a 11:30 a.m. y de 2:00 p.m. a 5:00 p.m. Hasta el momento anterior a la ejecución de este caso, el banco no contaba con un estudio consciente de su sistema de colas que permitiese definir el número de servidores racionales dispuestos por el banco para diferentes escenarios.

Las capacidades de las filas (común y preferencial) están dadas por la limitación física del espacio al interior de las instalaciones, equivalentes en 25 personas para

la fila preferencial y 45 personas para la fila común. Aunque en dialogo con la gerencia, el banco tiene la posibilidad de ampliar la capacidad de la fila según la demanda, ubicando una fila temporal fuera del establecimiento.

3.2 IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES Y SUS RESPECTIVAS RELACIONES

El proceso de modelado y simulación comienza con la identificación de las variables y sus respectivas relaciones. Para modelar un sistema de colas se toma como base el listado general de variables que se encuentra en la tabla 4, ampliada al número de servidores y tipo de clientes del banco (ver tabla 12).

Tabla 12. Variables que intervienen en el caso propuesto

Variable	Tipo de variable
Llegada Clientes	Flujo
Tránsito hacia el Cajero 1	Flujo
Tránsito hacia el Cajero 2	Flujo
Tránsito hacia el Cajero 3	Flujo
Tránsito hacia el Cajero 4	Flujo
Tránsito hacia el Cajero 5	Flujo
Tasa de llegada Clientes	Auxiliar
Tasa de servicio Cajero 1	Auxiliar
Tasa de servicio Cajero 2	Auxiliar
Tasa de servicio Cajero 3	Auxiliar
Tasa de servicio Cajero 4	Auxiliar
Tasa de servicio Cajero 5	Auxiliar
Clientes en cola Común	Estado
Clientes en cola Preferencial	Estado
Cliente en Cajero 1	Estado
Cliente en Cajero 2	Estado
Cliente en Cajero 3	Estado
Cliente en Cajero 4	Estado
Cliente en Cajero 5	Estado
Capacidad Fila Común	Auxiliar
Capacidad Fila Preferencial	Auxiliar
Salida Cliente Cajero 1	Flujo
Salida Cliente Cajero 2	Flujo
Salida Cliente Cajero 3	Flujo
Salida Cliente Cajero 4	Flujo
Salida Cliente Cajero 5	Flujo

Fuente: Elaborado por los autores

En esta tapa se requiere la obtención de datos como las tasas de llegadas, tasas de servicios y capacidades. Los dos primeros datos deben provenir de un estudio de tiempo, mientras que las capacidades de las filas pueden determinarse a partir de un análisis en la distribución de los clientes y el espacio físico disponible.

El estudio de tiempo se establece como herramienta para analizar el comportamiento de la línea de espera. Para establecer un tamaño de muestra representativo, se partirá de una muestra piloto n_0 (o premuestra) equivalente a 15 tiempos tomados respecto las llegadas de clientes (aplicando el método de conteo de llegadas de clientes en intervalos de 5 minutos como medida pasiva (PADILLA, 2009)) y 15 tiempos de servicio de los cajeros (estos tiempos se tomaron de acuerdo a un cronograma con puntos de muestreos aleatorios). Los formatos utilizados para la recolección de los tiempos de llegada y tiempos de servicio se observan en las siguientes tablas, respectivamente.

Tabla 13: Formato para el conteo de clientes por cada 5 minutos

Observador:				
Servidor:				
No	FECHA	HORA	LLEGADAS	OBSERVACIÓN
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
TOTAL				
PROMEDIO				
DESVIACIÓN				

Fuente: Elaborado por los autores

CAPÍTULO 3. SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE ESPERA CASO ENTIDAD FINANCIERA

Tabla 14: Formato para la toma de tiempos de llegadas

Observador:						
Servidor:						
No	FECHA	HORA	TIEMPO INICIO (A)	TIEMPO FIN (B)	TIEMPO DE SERVICIO (B-A)	OBSERVACIÓN
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
TOTAL						
PROMEDIO						
DESVIACIÓN						

Fuente: Elaborado por los autores

Una vez recopilados los datos preliminares, se procedió a calcular el tamaño de la muestra (n), a partir de la desviación estándar o típica (S) tanto para las llegadas, como para cada uno de los servidores. Con estos estadísticos y aplicando la fórmula para muestras pequeñas (basado en una distribución t-Student - ver ecuación 3) se obtiene el cálculo de n (MONTGOMERY & RUNGER, 2003, pág. 258).

$$n = \left(\frac{t_{\alpha/2} S}{e} \right)^2 \tag{3}$$

En este caso, el valor de $t_{\alpha/2}$ es igual a 2.145 para 14 grados de libertad ($v = n_0 - 1$), y un error (e) igual a 1 (persona) para la tasa de llegada y 0,5 (minutos) para la tasa de servicio. El resultado condujo a una muestra de 91 registros para la tasa de llegada y 49 tiempos para la tasa de servicio por cada servidor (ver anexo B).

3.2.1 Interpretación de los comportamientos entre llegadas

Para determinar los comportamientos probabilísticos relacionados con las llegadas de los clientes y los tiempos de servicios se recomienda emplear la prueba de Bondad de Ajuste o la prueba Kolmogorov-Sminorv (KUO, HUANG, WU, & CHENG, 2006). Como ejemplo se aplicarán ambas pruebas. El comportamiento de las llegadas se asimilará a una distribución Poisson, limitando ambas pruebas a las siguientes hipótesis (H_0 : Hipótesis Nula y H_1 : Hipótesis Alternativa).

H_0 : Los datos se ajusta al comportamiento de una distribución Poisson

H_1 : Los datos no se ajusta al comportamiento de una distribución Poisson

Prueba de bondad de ajuste: El estadístico de la prueba se fundamenta en la distribución Chi Cuadrado (X^2), con la siguiente fórmula (LLINÁS, 2006).

$$X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (4)$$

Donde O_i son los tiempos o frecuencias observadas, E_i son los valores teóricos provenientes de la distribución Poisson (ver ecuación 5) y k el número clases.

$$P(X) = \frac{(\lambda t)^X e^{-\lambda t}}{X!} \quad (5)$$

λ representa la tasa de llegada, t el intervalo de tiempo, X a la clase correspondiente (o el número de personas) que llegan en el intervalo de tiempo y $P(X)$ la probabilidad de llegada para X personas. En la tabla 15 se muestra el cálculo del estadístico X^2 .

CAPÍTULO 3. SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE ESPERA CASO ENTIDAD FINANCIERA

Tabla 15. Cálculo del estadístico X^2 para las llegadas de clientes

Clase (X)	Frecuencia Observada (O_i)	Probabilidad Teórica	Frecuencia Teórica (E_i)	X^2
0	3	2.87%	2.62	0.057
1	9	10.20%	9.28	0.009
2	16	18.10%	16.48	0.014
3	20	21.42%	19.49	0.013
4	17	19.01%	17.30	0.005
5	12	13.49%	12.28	0.006
6	8	7.98%	7.26	0.075
7	3	4.05%	3.68	0.127
8	2	1.80%	1.63	0.082
9	1	0.71%	0.64	0.196
Total	91	99.63%	90.67	0.583

Fuente: Elaborado por los autores

La tasa de llegada se calculó con el promedio de las llegadas observadas ($0,709 \text{ personas}/\text{minuto}$), mientras que el valor de la frecuencia teórica (E_i) es el resultado de la multiplicación de la probabilidad teórica y el tamaño de la muestra (n). El valor de X^2 final es de 0.583, cifra que deberá ser comparada con el parámetro crítico (X^2_{α}) igual a 15.05 de acuerdo a un nivel de confianza del 95% y grados de libertad igual a 8 ($v = 9 - 1$, siendo 9 equivalente al número de clases). Como el X^2 es menor al parámetro crítico se concluye que existe similitud entre los valores observados y teóricos, por tanto, la hipótesis nula es aceptada (las llegadas se ajustan a una distribución Poisson).

Prueba de Kolmogorov - Smirnov: Es otro método sencillo para probar si existe similitud entre una distribución observada y una distribución teórica (LEVIN & RUBIN, 2004). El estadístico de la prueba (D_n) se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$D_n = \max |F_E - F_O| \quad (6)$$

Donde F representa las frecuencias acumuladas para los valores teóricos y observados. El valor absoluto máximo para estas diferencias es igual al valor de D_n (ver tabla 16).

Tabla 16. Cálculo del estadístico D_n para las llegadas de clientes

Clase (X)	Frecuencia Observada (O_i)	Probabilidad Teórica	Frecuencia Teórica (E_i)	Frecuencia Acumulada (F_o)	Frecuencia Acumulada (F_e)	$ F_e - F_o $
0	3	2.87%	2.62	3.00	2.62	0.38462116
1	9	10.20%	9.28	12.00	11.90	0.10146332
2	16	18.10%	16.48	28.00	28.37	0.37359153
3	20	21.42%	19.49	48.00	47.87	0.1339443
4	17	19.01%	17.30	65.00	65.16	0.16294011
5	12	13.49%	12.28	77.00	77.44	0.44182729
6	8	7.98%	7.26	85.00	84.71	0.2942889
7	3	4.05%	3.68	88.00	88.39	0.38896772
8	2	1.80%	1.63	90.00	90.02	0.02315988
9	1	0.71%	0.64	91.00	90.67	0.33234187
Total	91	99.63%	90.67			

Fuente: Elaborado por los autores

La diferencia máxima (D_n) es de 0.4418, cifra que deberá ser comparada con el parámetro crítico de 0.475 (valor obtenido un nivel de confianza del 95% y 8 grados de libertad). Se observa que el valor calculado es menor al parámetro crítico, dando como resultado la aceptación de la hipótesis nula (igual resultado que en la prueba anterior), concluyendo que el comportamiento de los datos se asimila a una distribución Poisson. Una vez el cliente llega a las instalaciones del banco, deberá escoger entre la fila común y la preferencial. Basado en la misma muestra de 91 clientes, se estableció una probabilidad empírica del 86% en la escogencia de la fila común y una proporción restante del 14% en la escogencia de la fila preferencial.

3.2.2 Interpretación de los comportamientos en los tiempos de servicio

Para determinar el comportamiento de los tiempos de servicio se aplicó la prueba de Bondad de Ajuste, concluyendo una similitud a un comportamiento normal. Como los datos son continuos, se debe utilizar intervalos de clase (en caso de que el rango sea muy amplio). Como ejemplo, para el primer cajero se determinó un X^2 de 11.25 (ver tabla 17), valor por debajo del parámetro crítico de 12.59 (para un nivel de confianza del 95% y grados de libertad igual a 6), aceptando la hipótesis nula y rechazando la hipótesis alternativa.

H_0 : Los datos se ajusta al comportamiento de una distribución Normal

H_1 : Los datos no se ajusta al comportamiento de una distribución Normal

Tabla 17. Cálculo del estadístico X^2 para los tiempos de llegada (cajero 1)

Nc	Lm	Ls	Frecuencia Observada (O _i)	Probabilidad Teórica	Frecuencia Teórica (E _i)	X^2
1	0.53	1.50	8	17.62%	8.63	0.05
2	1.50	2.46	11	19.97%	9.79	0.15
3	2.46	3.43	18	24.11%	11.81	3.24
4	3.43	4.40	4	20.20%	9.90	3.51
5	4.40	5.37	3	11.74%	5.75	1.32
6	5.37	6.33	3	4.74%	2.32	0.20
7	6.33	7.31	2	1.33%	0.65	2.78
Total			49	99.71%	48.86	11.25

Fuente: Elaborado por los autores

En resumen, los tiempos promedios de atención y las desviaciones estándar para cada cajero se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 18. Tiempos promedios de atención y desviaciones estándar por cajero

Cajero	Tiempo Promedio	Desviación
1	2.96	1.58
2	2.80	1.71
3	2.56	1.54
4	2.85	2.43
5	4.73	3.50

Fuente: Elaborado por los autores

3.3 DIAGRAMA DE INFLUENCIA

El diagrama Forrester para este sistema incluye un total de 36 variables interconectadas listadas a continuación (ver tabla 19).

Tabla 19. Variables del sistema de colas

Variable	Tipo de variable	Descripción	Valor / Fórmula
Llegada Clientes	Flujo	Número de cliente que ingresan por unidad de tiempo	INT(POISSON(Tasa_de_Llegada_clientes))
Tasa de llegada Clientes	Auxiliar	Tasa promedio de llegadas de clientes por unidad promedio	0.709 personas / minuto
Capacidad común	Auxiliar	Máximo número de personas admisibles en la fila común	45 personas
Capacidad Preferencial	Auxiliar	Máximo número de personas admisibles en la fila preferencial	25 personas
Probabilidad común	Auxiliar	Probabilidad de escogencia de la fila común	89%
Llegadas acumuladas	Estado	Registro histórico de las llegadas de clientes	Valor inicial = 0
Clientes en cola Común	Estado	Número de clientes en espera en la fila común	Valor inicial = 0
Clientes en cola Preferencial	Estado	Número de clientes en espera en la fila preferencial	Valor inicial = 0
Activar cajero 1	Auxiliar	Variable de tipo binaria que activa o desactiva un servidor (0 = servidor no está funcionando y 1 = servidor está activo)	1
Activar cajero 2	Auxiliar	Variable de tipo binaria que activa o desactiva un servidor (0 = servidor no está funcionando y 1 = servidor está activo)	1
Activar cajero 3	Auxiliar	Variable de tipo binaria que activa o desactiva un servidor (0 = servidor no está funcionando y 1 = servidor está activo)	1
Activar cajero 4	Auxiliar	Variable de tipo binaria que activa o desactiva un servidor (0 = servidor no está funcionando y 1 = servidor está activo)	1
Activar cajero 5	Auxiliar	Variable de tipo binaria que activa o desactiva un servidor (0 = servidor no está funcionando y 1 = servidor está activo)	1
Tránsito hacia el Cajero 1	Flujo	Flujo de clientes que se dirigen al cajero 1	Activar_cajero_1
Tránsito hacia el Cajero 2	Flujo	Flujo de clientes que se dirigen al cajero 2	Activar_cajero_2
Tránsito hacia el Cajero 3	Flujo	Flujo de clientes que se dirigen al cajero 3	Activar_cajero_3
Tránsito hacia el Cajero 4	Flujo	Flujo de clientes que se dirigen al cajero 4	Activar_cajero_4
Tránsito hacia el Cajero 5	Flujo	Flujo de clientes que se dirigen al cajero 5	Activar_cajero_5
Cliente en Cajero	Estado	Cliente que están siendo	Valor inicial = 0

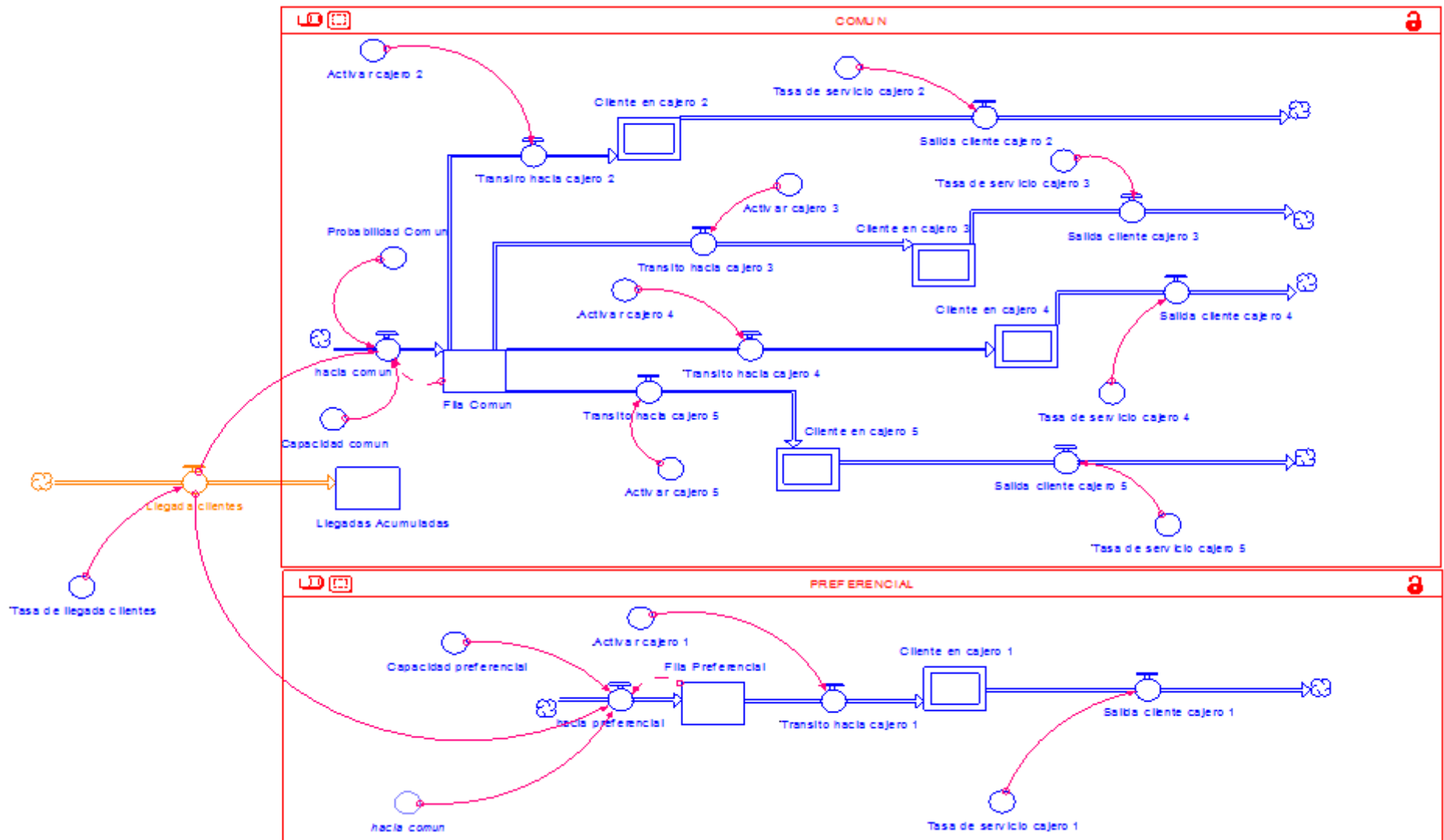
CAPÍTULO 3. SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE ESPERA CASO ENTIDAD FINANCIERA

Variable	Tipo de variable	Descripción	Valor / Fórmula
1		atendidos por el cajero 1	Capacidad = 1
Cliente en Cajero 2	Estado	Cliente que están siendo atendidos por el cajero 2	Valor inicial = 0 Capacidad = 1
Cliente en Cajero 3	Estado	Cliente que están siendo atendidos por el cajero 3	Valor inicial = 0 Capacidad = 1
Cliente en Cajero 4	Estado	Cliente que están siendo atendidos por el cajero 4	Valor inicial = 0 Capacidad = 1
Cliente en Cajero 5	Estado	Cliente que están siendo atendidos por el cajero 5	Valor inicial = 0 Capacidad = 1
Tasa de servicio Cajero 1	Auxiliar	Número promedio de personas atendidas por minuto	0.3378 personas / minuto
Tasa de servicio Cajero 2	Auxiliar	Número promedio de personas atendidas por minuto	0.3571 personas / minuto
Tasa de servicio Cajero 3	Auxiliar	Número promedio de personas atendidas por minuto	0.3906 personas / minuto
Tasa de servicio Cajero 4	Auxiliar	Número promedio de personas atendidas por minuto	0.3509 personas / minuto
Tasa de servicio Cajero 5	Auxiliar	Número promedio de personas atendidas por minuto	0.2114 personas / minuto
Salida Cliente Cajero 1	Flujo	Tiempo de atención al cliente basado en una distribución normal	NORMAL(1/Tasa_de_servicio_cajero_1,1.58)
Salida Cliente Cajero 2	Flujo	Tiempo de atención al cliente basado en una distribución normal	NORMAL(1/Tasa_de_servicio_cajero_2,1.71)
Salida Cliente Cajero 3	Flujo	Tiempo de atención al cliente basado en una distribución normal	NORMAL(1/Tasa_de_servicio_cajero_3,1.54)
Salida Cliente Cajero 4	Flujo	Tiempo de atención al cliente basado en una distribución normal	NORMAL(1/Tasa_de_servicio_cajero_4,2.43)
Salida Cliente Cajero 5	Flujo	Tiempo de atención al cliente basado en una distribución normal	NORMAL(1/Tasa_de_servicio_cajero_5,3.50)

Fuente: Elaborado por los autores

Se adicionaron las variables denominadas *activar_cajero*, que se utilizarán para poder poner en funcionamiento (si el valor de la variable es 1) o desactivar (si el valor es igual a 0) cualquiera de los cinco cajeros, facilitando el diseño de nuevos escenarios. El diagrama final adaptado al software Stella[®] se muestra en la ilustración 41.

Ilustración 41. Diagrama Forrester del caso propuesta realizado en el software STELLA®



Fuente: Elaborado por los autores

3.4 SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE ESPERA

La simulación se realizó para una corrida de 1000 minutos, aplicando el software STELLA®. Los resultados de la simulación muestran un sistema de colas con un tiempo promedio de espera de clientes en la fila relativamente bajo ($0.3734 \text{ minutos/persona}$), un tiempo de ocio de los cajeros que supera el 48% y una cantidad máxima de clientes en el sistema de 11 personas (5 siendo atendidos por los cajeros y 6 en cola). Como primera conclusión se evidencia una capacidad instalada (en cuanto al número de cajeros y la capacidad de clientes dispuestas para ambas colas) muy superior a la demanda real de clientes por la prestación de servicios ofrecidos por el banco (ver tabla 20).

Tabla 20. Resultados de la simulación del sistema de colas aplicando el método DS

Resultado	Valor
Clientes que ingresaron al sistema	715
Tiempo promedio de espera en cola por cada cliente (Wq)	0.3734
Tiempo promedio de espera en el sistema por cada cliente (W)	5.2734
Máximo número de personas en el sistema	11
Promedio de personas que permanecieron en el sistema (L)	3.3093
Total clientes atendidos	713
Longitud promedio de la cola	0.2672
Porcentaje de utilización promedio de los cajeros	50.66%

Fuente: Elaborado por los autores

3.4.1 Validación del modelo simulado

El sistema propuesto se modeló y simuló de acuerdo a la SED empleando WinQSB, demostrando la similitud que existe a partir de los resultados con la DS. Ambas simulaciones se aproximan en el número de clientes que ingresaron al sistema, con la diferencia en el tiempo promedio de espera y la proporción de utilización de los cajeros (ver tabla 21).

Tabla 21. Resultados resumen de la simulación

Resultado	SED (WinQSB)	DS (Stella)
Clientes que ingresaron al sistema	723	715
Tiempo promedio de espera en cola por cada cliente (Wq)	0.0305	0.3734
Tiempo promedio de espera en el sistema por cada cliente (W)	2.2786	5.2734
Máximo número de personas en el sistema	8	11
Promedio de personas que permanecieron en el sistema (L)	1.6413	3.0931
Total clientes atendidos	719	713
Longitud promedio de la cola	0.0219	0.2672
Porcentaje de utilización promedio de los cajeros	32.33%	50.66%

Fuente: Elaborado por los autores

Esta diferencia coincide con la validación realizada en el modelo de ejemplo del apartado 2.4, motivado por el tiempo de servicio promedio de los cajeros (que es un poco más elevado en el modelo simulado mediante la DS). Esto origina un aumento en el número de personas en cola y en el porcentaje de utilización promedio de los cajeros (ver tabla 22).

Tabla 22. Variación en el tiempo promedio de servicio

Resultado	WinQSB	Stella	Observado
Tiempo promedio de servicio	2.2480	4.4794	3.1800
Desviación estándar en el tiempo de servicio	1.9839	2.2957	2.2780

Fuente: Elaborado por los autores

En el caso de la proporción de clientes comunes y preferenciales, el 87.97% de los clientes simulados en el modelo en DS se dirigió a la fila común, mientras que el 12.03% se clasificaron como clientes preferenciales (ver tabla 23); cifras que se asemejan a los valores observados en el sistema real .

Tabla 23. Proporción de clientes comunes y preferenciales

Resultado	Stella	Observado
Proporción de clientes comunes	87.97%	86.00%
Proporción de clientes preferenciales	12.03%	14.00%

Fuente: Elaborado por los autores

3.4.2 Diseño y simulación de escenarios

Como último punto, se propone un único escenario, resultado de la variación en el número de cajeros, midiendo las variables de resultado arrojadas por el sistema (ver tabla 24). El cajero exclusivo para los clientes permanece activo para todas las variaciones, afectándose solo los cajeros para los clientes comunes.

Tabla 24. Variación en el tiempo promedio de servicio

Resultado	Original 5 cajeros	4 cajeros	3 cajeros
Clientes que ingresaron al sistema	715	712	459
Tiempo promedio de espera en cola por cada cliente (Wq)	0.3734	2.4721	54.7939
Tiempo promedio de espera en el sistema por cada cliente (W)	5.2734	5.5969	57.9914
Máximo número de personas en el sistema	11	14	59
Promedio de personas que permanecieron en el sistema (L)	3.0931	4.5966	50.0906
Total clientes atendidos	713	709	448
Longitud promedio de la cola	0.2672	0.9770	23.6226
Porcentaje de utilización promedio de los cajeros	50.66%	66.07%	94.84%

Fuente: Elaborado por los autores

Se puede observar que el sistema se altera muy poco cuando se trabajan con 4 servidores, incrementándose el porcentaje de utilización de los cajeros de 50.66%

a 66.07%. El caso crítico ocurre cuando los cajeros disminuyen a 3, alcanzando un porcentaje de utilización cercano al 100% y el límite de la capacidad de la fila común.

En este último panorama se observa que el número de clientes que entran al sistema se reduce drásticamente (448 clientes), debido a que una vez alcanzada la capacidad de la fila común, el sistema restringe nuevos ingresos. El banco puede optar a contratar 4 cajeros, en vez de los 5 que están en la actualidad, elevando el nivel de eficiencia.

CONCLUSIONES

En este documento quedan evidenciadas las similitudes entre los resultados de la simulación discreta y la simulación continua aplicada a las líneas de espera, razón que valida empíricamente el uso de la DS para modelar casos de líneas de esperas a pesar de su naturaleza discreta.

La relación entre ambas simulaciones ha sido estudiada por diversos autores, quienes realizaron experimentos en sistemas usualmente simulados por SED, contrastando sus resultados con los obtenidos mediante la DS. En este sentido, Sweetser (1999) concluye que el aspecto clave entre SED y DS no está en la similitud de los resultados, sino en responder cual de las simulaciones representa mejor al sistema, que decisiones se desean tomar y cuál es el propósito final del modelo. En este caso la DS permite diagramar de forma transparente los sistemas de colas, evidenciando las retroalimentaciones y mostrando una vista panorámica sobre el funcionamiento general del mismo. Los SED ocultan las variables y relaciones, centrandose más en los resultados generados de la simulación.

Esta diferenciación de propósitos cuestiona el uso conjunto de la DS y la DES, afectando la interpretación de un fenómeno, aseveración compartida con los resultados alcanzados por Morecroft y Stewart (2006) en su artículo titulado "*comparing discrete-events simulation and system dynamics: modelling a fishing*", donde estudian la simulación de los procesos básicos de una pesquería.

En últimas, habría que concluir que no hay evidencias concretas de cuál de los dos enfoques de simulación es el mejor para aplicarlo a las líneas de espera; si se opta por emplear la DS, el énfasis estará en el análisis de las interrelaciones entre las variables y el modelo conceptual, mientras que el uso de los SED, orientará el

estudio a los resultados de la simulación, al desempeño del sistema y el código que acompaña al modelo.

Una ventaja de la DS es que permite partir de un modelo básico, para luego incluir nuevas variables, mejorando el proceso de diseño de sistemas complejos y escenarios. Este mismo proceso requiere de mucho más tiempo cuando se modela en SED, cumpliendo con el ingreso del código al computador, la simulación y la validación del sistema, para luego pasar a las inclusiones de nuevas variables, como lo afirmaron Tako y Robinson (2008) en un estudio comparativo de tipo cuantitativo realizado para simulaciones en DS y SED.

Este estudio invita a los investigadores a profundizar aún más en los procesos de modelado en DS y SED para la simulación de sistemas de colas, agregando nuevos elementos de retroalimentación y casos de abandono en la línea de espera, campo de la simulación que continúa siendo muy poco explorado.

BIBLIOGRAFÍA

- ARACIL, J. (1995). *Introducción a la dinamica de sistemas*. España: isdefe.
- ARTALEJO, J., & FALIN, G. (2002). Standard and retrial queueing systems: A comparative analysis. *Revista matemática Computlense*, 15(1), 101-129.
- AYYAPPAN, G., MUTHU, A., & SEKAR, G. (2010). M/M/1 Retrial Queueing System with Loss and Feedback under Non-pre-emptive Priority Service by Matrix Geometric Method. *Applied Mathematical Sciences*, 4(48), 2379 - 2389.
- BANKS, J., BUCKLEY, S., JAIN, S., LENDERMANN, P., & MANIVANNAN, M. (2002). Panel Session: Opportunities for Simulation in Supply Chain Management. *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference* (págs. 120-135). New York: IEEE.
- BARCELÓ, J. (1998). *Simulación de sistemas discretos*. Madrid: Isdefe.
- BRAILSFORD, S. (2008). System Dynamics: What's in it for Healthcare Simulation Modelers. *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference* (págs. 1478-1483). New Jersey: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
- BRAILSFORD, S., & HILTON, N. (2001). A Comparison of Discrete Event Simulation and System Dynamics for Modelling Healthcare Systems. *Proceedings of the 26th meeting of the ORAHS Working Group 2000* (págs. 1-17). Glasgow: Glasgow Caledonian University.
- CAO, R. (2002). *Introducción a la Simulación y a la Teoría de Colas*. Coruña: Netbiblo.
- COPE, D., FAYEZ, M. F., & MOLLAGHASEMI, M. (2007). Supply chain simulation modeling made easy: an innovative approach. *Proceedings of the 2007 Winter Simulation Conference* (págs. 1887-1896). New York: IEEE.
- COSS BU, R. (2002). *Simulación: Un enfoque practico*. México: Limusa Noriega editores .
- DREW, D. (1995). *Dinámica de sistemas aplicada*. Madrid: Idesfe.

- FORRESTER, J. (1958). Industrial Dynamics: A Major Breakthrough for Decision Makers. *Harvard Business Review*, 36(4), 37-66.
- FORRESTER, J. (1961). *Industrial Dinamics*. productivity press.
- FORRESTER, J. (1992). *La Dinámica de Sistemas y el Aprendizaje del Alumno en la educación escolar*. México: Sloan School of Management. Traducción al español por el Grupo de Dinámica de Sistemas del ITESM.
- FORRESTER, J. W. (1995). The beginning of System Dynamics. *The Mckinsey Quarterly*, 4(1), 5-16.
- FRITZSON, P. (2004). *Principles of Object-Oriented Modeling and Simulation with Modeiica*. New York: Wiley-IEEE Press.
- GÓMEZ, F. (2008). Aplicación de la teoría de colas en una entidad financiera. *Revista Universidad EAFIT*, 44(150), 51-63.
- GOODMAN, M. R. (2001). *Study Notes in System Dinamics*. New York: Pegasus.
- GORDON, G. (1980). *Simulación de Sistemas*. México: Diana.
- HERNANDEZ, R. (2010). La Planificación del Desarrollo basada en la dinámica de sistemas. *Naciones Unidas - CEPAL* (págs. 1-27). Washington: CEPAL.
- HILLIER, F. (1982). *Introducción a la investigación de operaciones*. MEXICO: MC GRAW HILL.
- HUANG, M., YUNG, K., WANG, X., & WANG, D. (2005). Simulation study using system dynamics for a CONWIP-controlled lamp supply chain. *International Journal of Avanced Manufacturing Technology*, 32(1), 184-193.
- KLEIJNEN, J. P. (2005). Supply chain simulation tools and techniques:a survey. *International Journal of Simulation & Process Modelling*, 1(1), 82-89.
- KNOLMAYER, G., SCHMIDT, R., & RIHS, S. (2007). Teaching Supply Chain Dynamics Beyond the Beer Game. *Institute of Information Systems, University of Bern*, 197(1), 1-15.
- KRAJEWSKI, L., RITZMAN, L., & MALHOTRA, M. (2008). *Administración de operaciones: procesos y cadena de valor*. Máxico: Pearson - Prentice Hall.
- KUO, T., HUANG, W., WU, S., & CHENG, P. (2006). A Case Study of Inter-Arrival Time Distributions of Container Ships. *Journal of Marine Science and Technology*, 14(3), 155-164.

- LANE, D. C. (2000). You just don't understand me: Modes of failure and success in the discourse between system dynamics and discrete event simulation. *LSE OR Dept Working Paper LSEOR* (págs. 1-34). London: School of Economics and Political Science.
- LAW, A., & KELTON, W. (2006). *Simulation modeling and analysis*. Bostón: Mc Graw Hill.
- LEVIN, R., & RUBIN, D. (2004). *Estadística para Administración y Economía*. México: Editorial Pearson - Prentice Hall.
- LIAN, H., & WAN, Z. (2007). The Computer Simulation for Queuing System. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 34(1), 176-179.
- LIU, J., WANG, W., CHAI, Y., & LIU, Y. (2004). Easy-SC: A Supply Chain Simulation Tool. *Proceedings of the 2004 Winter Simulation Conference* (págs. 1373-1378). New York: IEEE.
- LLINÁS, H. (2006). Estadística inferencial. *Ediciones Uninorte*, Bogotá.
- LÓPEZ, E., & MARTINEZ, S. (2000). *Iniciación a la simulación dinámica: aplicación a sistemas económicos y empresariales*. Barcelona: Ariel S.A.
- MARTIN, L. (2000). *El Primer Paso. Dinámica de Sistemas en Educación*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology.
- MOKADDIS, G., METWALLY, S., & ZAKI, M. (2007). A Feedback Retrial Queuing System with Starting Failures and Single Vacation. *Tamkang Journal of Science and Engineering*, 10(3), 183-192.
- MONTGOMERY, D., & RUNGER, G. (2003). *Applied Statistics and Probability for Engineers*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- MORECROFT, J., & ROBINSON, S. (2006). Comparing discrete-event simulation and system dynamics: modelling a fishery. *Proceedings of the Operational Research Society Simulation Workshop 2006* (págs. 1-12). Birmingham: ORSOC.
- NAHMIAS, S. (2007). *Análisis de la producción y las operaciones*. México: Mc Graw Hill.
- OTHMAN, H., KULKARNI, A., GHOSH, S., & FENG YU, W. (2007). *The Feasibility Study of Shortening Queuing Time at Local Bank Using System Simulation*.

Nanyang: School of Mechanical and Aerospace Engineering - Nanyang Technological University.

- OZGUN, O., & BARLAS, Y. (2009). Discrete vs. Continuous Simulation: When Does It Matter? *Proceedings of the 27th International Conference of The System Dynamics Society* (págs. 1-5). Albuquerque: The System Dynamics Society.
- PADILLA, J. (24 de Abril de 2009). *Pagina Web Docente Jhon Jairo Padilla Aguilar*. Recuperado el 23 de Enero de 2011, de <http://jpadilla.docentes.upbbga.edu.co/IngTrafico/ContenidoTeletraficoJhon.htm>
- PEÑA, G., CRESPO, A., & DYNER, I. (2003). Análisis Cualitativo de un Modelo de Producción - Inventario. *S. M. Universidad Nacional de Colombia, Ed*, 1-30.
- QUESADA, I., & VERGARA, J. C. (2006). *Análisis cuantitativo con WinQSB*. Cartagena: EUMED - Universidad de Cartagena.
- RICHMOND, B. (1998). *Ithink user manual*. . New York: ISEE Systems.
- SANCHEZ, I. (1998). *Uso de la dinamica de sistemas para ilustrar los conceptos de sistema y simulación*. Recuperado el 14 de Abril de 2009, de http://www.ieev.uma.es/edutec97_c5/2-5-14.htm
- SARABIA, A. (1996). *La investigación operativa: una herramienta para la adopción de decisiones*. Madrid: Universidad Pontifica de Comillas.
- SENGE, P. (2000). *La quinta disciplina*. Norma S.A.
- SHAMBLIN. (1988). *Investigación de operaciones*. Mexico: Mc graw Hill.
- STERMAN, J. D. (2001). System Dynamics Modeling: Tools for learning in a Complex World. *California Management Review*, 43(4), 8-25.
- STERMAN, J. D. (2006). *Flight Simulators for Management Education: "The Beer Game"*. Recuperado el 3 de Febrero de 2010, de Sloan School of Management: <http://web.mit.edu/jsterman>
- SWEETSER, A. (1999). A Comparison of System Dynamics (SD) and Discrete Event Simulation (DES). *System Dynamics Society* (págs. 1-8). Washington: System Dynamics Society.
- TAHA, H. (2004). *Investigación de operaciones*. Mexico: pearson.

- TAKO, A., & ROBINSON, S. (2008). Model building in System Dynamics and Discrete-event Simulation: a quantitative comparison. *System Dynamics Society* (págs. 1-16). Boston: System Dynamics Society.
- VERGARA, J. C., & MANGA, M. (2010). Study of queueing systems through of the system dynamics: a case study. *CLAIO 2010* (págs. 1-10). Buenos Aires: CLAIO.
- VERGARA, J. C., AMEZQUITA, J., & MAZA, F. (2009). *Modelamientos de cadenas agroindustriales mediante simulación de redes*. Cartagena: Eumed - Universidad de Cartagena.
- VERGARA, J. C., QUESADA, V. M., & FONTALVO, T. (2010). Entendiendo la cadena de suministro desde la óptica de la dinámica de sistemas a partir del modelado del juego de la Cerveza. *Panorama Económica*, 18(1), [En prensa].
- VERGARA, J. C., QUESADA, V., MANGA, M., RESTREPO, V., & GUARDO, M. (2009). La planeación agregada analizada desde el enfoque de la Dinámica de Sistemas. *Revista Panorama Económico*, 17(1), 243-259.
- WYATT, S. (2005). The potential of system dynamics. *leading edge, The NHS Confederation*, 10, 1-5.

ANEXO A. PROGRAMACIÓN EN STELLA DEL CASO DE EJEMPLO

$Cientes_en_cola(t) = Cientes_en_cola(t - dt) + (Llegada_clientes - Transito_hacia_el_servidor_1 - Transito_hacia_el_servidor_2) * dt$
INIT Cientes_en_cola = 0

INFLOWS:

Llegada_clientes = IF(Cientes_en_cola < Capacidad) THEN (POISSON(Tasa_de_llegada,1)) ELSE (0)

OUTFLOWS:

Transito_hacia_el_servidor_1 = 1

Transito_hacia_el_servidor_2 = 1

$Cientes_en_servicio_1(t) = Cientes_en_servicio_1(t - dt) + (Transito_hacia_el_servidor_1 - Salida_de_clientes_1) * dt$

INIT Cientes_en_servicio_1 = 0

COOK TIME = varies

CAPACITY = 1

FILL TIME = INF

INFLOWS:

Transito_hacia_el_servidor_1 = 1

OUTFLOWS:

Salida_de_clientes_1 = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE

COOK TIME = NORMAL(Tasa_de_servicio,1,4)

$Cientes_en_servicio_2(t) = Cientes_en_servicio_2(t - dt) + (Transito_hacia_el_servidor_2 - Salida_de_clientes_2) * dt$

INIT Cientes_en_servicio_2 = 0

COOK TIME = varies

CAPACITY = 1

FILL TIME = INF

INFLOWS:

Transito_hacia_el_servidor_2 = 1

OUTFLOWS:

Salida_de_clientes_2 = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE

COOK TIME = NORMAL(Tasa_de_servicio,1,4)

Capacidad = 15

Tasa_de_llegada = 1

Tasa_de_servicio = 3

ANEXO B. MUESTREO DE TIEMPOS PARA EL SERVIDOR Y LLEGADA DE CLIENTES

A continuación se muestran los tiempos de servicios registrados en el estudio de tiempos y el registro de las llegadas por intervalos de tiempo de 5 minutos. Estos tiempos fueron recolectados por la joven investigadora Melissa Manga Altamar⁶.

Tabla 25. Tiempos de servicio para el servidor 1

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
1	26/02/2009	10:00	2.00
2		10:13	3.20
3		10:18	4.17
4		10:24	2.50
5		10:30	3.00
6		10:34	2.42
7	27/02/2009	2:53	0.88
8		2:57	2.60
9		3:01	7.30
10		3:09	3.20
11		3:14	1.83
12	02/03/2009	3:17	3.25
13		3:41	1.45
14		3:49	2.45
15		3:50	2.82
16		3:54	3.40
17		3:57	2.62
18	26/03/2009	3:58	2.87
19		2:34	5.78
20		2:38	2.60
21		2:45	5.40
22		2:53	4.00
23	27/03/2009	3:02	2.58
24		8:30	4.45
25		9:12	3.67
26		9:15	3.30
27		9:18	2.78
28		9:20	1.97
29	9:23	2.22	

⁶ Egresada del programa de Administración Industrial. Joven investigadora Colciencias Grupo Métodos Cuantitativos de Gestión.

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
30	30/03/2009	2:10	2.38
31		2:12	7.22
32		2:26	2.47
33		2:30	5.28
34		2:35	4.72
35		2:41	1.33
36		2:42	3.01
37		2:49	1.50
38	31/03/2009	8:29	3.20
39		8:30	3.48
40		8:33	0.53
41		8:39	0.75
42		9:00	1.33
43		9:02	1.01
44	02/04/2009	8:32	0.75
45		8:50	1.83
46		8:55	1.62
47		8:58	3.33
48		9:04	6.28
49		9:10	2.43
Promedio			3.08

Tabla 26. Tiempos de servicio para el servidor 2

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
1	26/02/2009	10:04	8,00
2		10:17	2,00
3		10:24	6,02
4		10:35	0,85
5		10:36	3,00
6		27/02/2009	2:42
7	2:45		4,40
8	2:50		1,92
9	3:10		1,68
10	02/03/2009	3:32	2,47
11		3:36	1,35
12		3:46	3,33
13		3:50	1,72
14	25/03/2009	10:20	2,35
15		10:24	1,67
16		10:28	1,13
17		10:31	1,50
18		10:34	0,83
19		10:46	7,67
20		11:00	2,95

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
21	26/03/2009	2:25	2,85
22		2:33	1,01
23		2:35	5,50
24		2:41	1,35
25		2:53	3,98
26		2:56	4,00
27	27/03/2009	8:17	5,30
28		8:20	3,67
29		8:25	2,68
30		8:27	1,38
31		8:38	4,27
32		8:55	2,58
33		9:00	1,42
34		9:01	3,00
35	30/03/2009	2:11	2,37
36		2:22	1,37
37		2:24	1,50
38		2:29	2,65
39		2:31	1,80
40		3:00	1,82
41	31/03/2009	8:33	3,72
42		8:41	1,37
43		8:43	5,00
44		8:49	1,50
45		8:50	3,60
46		8:57	2,01
47		8:59	4,28
48		9:10	0,65
49		9:17	4,25
Promedio			2.80

Tabla 27. Tiempos de servicio para el servidor 3

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
1	26/02/2009	9:55	1,80
2		10:00	3,50
3		10:06	9,00
4		10:26	4,30
5	27/02/2009	2:43	0,67
6		2:48	0,75
7		2:56	1,35
8		3:00	2,40
9	02/03/2009	3:25	4,68
10		3:29	1,53

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
11		3:30	2,00
12		3:57	4,05
13	26/03/2009	2:32	4,52
14		2:37	3,90
15		2:45	0,57
16		2:59	2,00
17		3:03	1,50
18		27/03/2009	8:20
19	8:21		1,37
20	8:28		2,75
21	8:35		2,78
22	8:45		1,50
23	8:52		4,58
24	9:09		1,83
25	30/03/2009	2:14	2,01
26		2:16	1,27
27		2:20	2,68
28		2:24	2,50
29		2:26	1,48
30		2:44	1,55
31		2:46	1,17
32		2:57	4,48
33	31/03/2009	8:31	1,92
34		8:34	2,58
35		8:37	4,00
36		8:45	3,77
37		8:50	1,01
38		9:02	1,88
39		9:04	3,47
40		9:12	2,55
41		9:15	2,87
42	02/04/2009	8:31	0,92
43		8:37	2,77
44		8:40	3,58
45		8:50	4,20
46		8:55	1,23
47		8:59	1,01
48		9:01	2,65
49		9:05	0,75
Promedio			2.56

Tabla 28. Tiempos de servicio para el servidor 4

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
1	26/02/2009	9:59	6,50
2		10:08	3,00
3		10:21	3,00
4		10:25	1,75
5	27/02/2009	2:42	1,01
6		2:46	1,30
7		2:53	5,58
8		3:08	14,80
9	02/03/2009	3:27	1,57
10		3:30	2,10
11		3:32	1,01
12		3:40	1,25
13	25/03/2009	10:22	1,33
14		10:30	1,50
15		10:35	1,33
16		10:36	6,17
17		10:45	1,90
18		10:51	2,67
19		11:02	0,83
20	26/03/2009	2:26	3,72
21		2:32	3,53
22		2:37	2,33
23		2:43	2,88
24		2:47	2,01
25		2:51	2,50
26	27/03/2009	8:21	1,62
27		8:15	2,98
28		8:25	1,33
29		8:32	1,33
30		8:43	1,25
31		8:50	2,25
32		8:57	3,00
33	9:06	7,33	
34	30/03/2009	2:11	2,27
35		2:13	1,32
36		2:15	2,00
37		2:29	1,48
38		2:31	2,18
39		2:34	3,00
40		2:40	4,40
41		2:52	6,98
42		3:03	1,65
43		8:36	1,32
44		8:50	4,67
45		8:59	2,01

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
46	31/03/2009	9:01	2,20
47		9:07	5,75
48		9:13	0,42
49		9:14	1,42
Promedio			2.85

Tabla 29. Tiempos de servicio para el servidor 5

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
1	26/02/2009	9:55	11,20
2		10:02	9,10
3		10:08	10,25
4		10:20	7,30
5		10:32	10,67
6	26/02/2009	2:52	7,83
7		2:56	10,50
8		3:02	6,30
9		3:12	5,50
10	02/03/2009	3:15	12,10
11		3:35	10,40
12		3:48	9,60
13		4:02	12,10
14		4:10	8,68
15	25/03/2009	4:15	7,20
16		10:21	1,17
17		10:25	5,01
18		10:40	2,93
19		10:45	4,73
20		10:48	4,53
21		10:52	0,70
22		10:53	3,97
23		11:00	0,45
24	11:02	0,95	
25	26/03/2009	2:27	2,50
26		2:30	4,00
27		2:33	2,37
28		2:36	2,22
29		2:40	4,33
30		2:46	5,00
31		3:01	5,17
32	27/03/2009	8:19	4,33
33		8:18	4,01
34		8:20	2,60
35		8:22	4,00
36		9:01	0,63

No	FECHA	HORA	TIEMPO SERVICIO
37		9:07	2,17
38		9:10	1,01
39	30/03/2009	2:32	3,23
40		2:20	2,2
41	31/03/2009	8:36	0,83
42		9:00	2,22
43		9:02	6,25
44	02/04/2009	8:33	1,83
45		8:38	3,38
46		8:42	0,55
47		8:57	1,48
48		8:58	1,00
49		9:00	1,38
Promedio			5.14

Tabla 30. Conteo de llegadas por intervalos de tiempo de 5 minutos

No	FECHA	INTERVALO	PERSONAS
1	26/02/2009	9:45-9:50	3
2		9:55-10:00	2
3		10:05-10:10	3
4		10:20-10:25	8
5		10:30-10:35	4
6		10:35-10:40	7
7	27/02/2009	2:40-2:45	3
8		2:50-2:55	5
9		2:55-3:00	2
10		3:20-3:25	2
11	02/03/2009	3:25-3:30	2
12		3:30-3:35	4
13		3:35-3:40	2
14		3:40-3:45	2
15		3:45-3:50	2
16		3:50-3:55	5
17		3:55-4:00	4
18	25/03/2009	10:20-10:25	3
19		10:25-10:30	2
20		10:30-10:35	4
21		10:40-10:45	3
22		10:50-10:55	3
23		10:55-1:00	1
24	26/03/2009	2:20-2:25	3
25		2:25-2:30	4
26		2:30-2:35	3
27		2:35-2:40	6
28		2:40-2:45	3

No	FECHA	INTERVALO	PERSONAS
29		2:50-2:55	7
30		2:55-3:0	3
31		3:0-3:05	3
32	27/03/2009	8:00-8:05	3
33		8:10-8:15	3
34		8:15-8:20	2
35		8:20-8:25	4
36		8:25-8:30	6
37		8:30-8:35	1
38		8:35-8:40	5
39		8:40-8:45	6
40		8:50-8:55	3
41		8:55-9:00	4
42		9:00-9:05	6
43		30/03/2009	2:10-2:15
44	2:15-2:20		4
45	2:20-2:25		6
46	2:25-2:30		9
47	2:30-2:35		5
48	2:35-2:40		4
49	2:40-2:45		2
50	2:45-2:50		1
51	2:55-3:00		2
52	3:00-3:05		5
53	31/03/2009	8:15-8:20	5
54		8:25-8:30	4
55		8:30-8:35	7
56		8:35-8:40	2
57		8:40-8:45	3
58		8:45-8:50	4
59		8:50-8:55	4
60		9:00-9:05	6
61	01/04/2009	2:05-2:10	2
62		2:10-2:15	5
63		2:15-2:20	4
64		2:20-2:25	5
65		2:25-2:30	1
66		2:30-2:35	3
67		2:40-2:45	0
68		2:45-2:50	4
69		2:50-2:55	1
70		2:55-3:00	5
71	02/04/2009	8:20-8:25	2
72		8:25-8:30	1
73		8:30-8:35	5
74		8:35-8:40	4
75		8:40-8:45	2

No	FECHA	INTERVALO	PERSONAS
76		8:50-8:55	5
77		8:55-9:00	6
78		9:00-9:05	3
79		9:05-9:10	1
80	03/04/2009	2:55-3:00	3
81		3:00-3:05	2
82		3:05-3:10	4
83		3:10-3:15	1
84		3:15-3:20	6
85		3:25-3:30	1
86		3:30-3:35	8
87		3:35-3:40	4
88		3:40-3:45	0
89		3:45-3:50	3
90		3:50-3:55	5
91		3:55-4:00	0
Promedio			3.42

ANEXO C. PROGRAMACIÓN EN STELLA DEL CASO: ENTIDAD FINANCIERA

COMUN

Cliente_en_cajero_2(t) = Cliente_en_cajero_2(t - dt) + (Transito_hacia_cajero_2 - Salida_cliente_cajero_2) * dt

INIT Cliente_en_cajero_2 = 0

COOK TIME = varies

CAPACITY = 1

FILL TIME = INF

INFLOWS:

Transito_hacia_cajero_2 = Activar_cajero_2

OUTFLOWS:

Salida_cliente_cajero_2 = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE

COOK TIME = NORMAL(Tasa_de_servicio_cajero_2,1.71)

Cliente_en_cajero_3(t) = Cliente_en_cajero_3(t - dt) + (Transito_hacia_cajero_3 - Salida_cliente_cajero_3) * dt

INIT Cliente_en_cajero_3 = 0

COOK TIME = varies

CAPACITY = 1

FILL TIME = INF

INFLOWS:

Transito_hacia_cajero_3 = Activar_cajero_3

OUTFLOWS:

Salida_cliente_cajero_3 = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE

COOK TIME = NORMAL(Tasa_de_servicio_cajero_3,1.54)

Cliente_en_cajero_4(t) = Cliente_en_cajero_4(t - dt) + (Transito_hacia_cajero_4 - Salida_cliente_cajero_4) * dt

INIT Cliente_en_cajero_4 = 0

COOK TIME = varies

CAPACITY = 1

FILL TIME = INF

INFLOWS:

Transito_hacia_cajero_4 = Activar_cajero_4

OUTFLOWS:

Salida_cliente_cajero_4 = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE

COOK TIME = NORMAL(Tasa_de_servicio_cajero_4,2.43)

Cliente_en_cajero_5(t) = Cliente_en_cajero_5(t - dt) + (Transito_hacia_cajero_5 - Salida_cliente_cajero_5) * dt
INIT Cliente_en_cajero_5 = 0
 COOK TIME = varies
 CAPACITY = 1
 FILL TIME = INF

INFLOWS:

Transito_hacia_cajero_5 = Activar_cajero_5

OUTFLOWS:

Salida_cliente_cajero_5 = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE

 COOK TIME = NORMAL(Tasa_de_servicio_cajero_5,3.50)

Fila_Comun(t) = Fila_Comun(t - dt) + (hacia_comun - Transito_hacia_cajero_3 - Transito_hacia_cajero_2 - Transito_hacia_cajero_4 - Transito_hacia_cajero_5) * dt
INIT Fila_Comun = 0

INFLOWS:

hacia_comun = IF(Fila_Comun < Capacidad_comun) THEN (IF(RANDOM(0,1,1) < Probabilidad_Comun) THEN (Llegada_clientes) ELSE (0)) ELSE (0)

OUTFLOWS:

Transito_hacia_cajero_3 = Activar_cajero_3

Transito_hacia_cajero_2 = Activar_cajero_2

Transito_hacia_cajero_4 = Activar_cajero_4

Transito_hacia_cajero_5 = Activar_cajero_5

Llegadas_Acumuladas(t) = Llegadas_Acumuladas(t - dt) + (Llegada_clientes) * dt

INIT Llegadas_Acumuladas = 0

INFLOWS:

Llegada_clientes (Not in a sector)

Activar_cajero_2 = 1

Activar_cajero_3 = 1

Activar_cajero_4 = 1

Activar_cajero_5 = 1

Capacidad_comun = 45

Probabilidad_Comun = 0.86

Tasa_de_servicio_cajero_2 = 2.80

Tasa_de_servicio_cajero_3 = 2.56

Tasa_de_servicio_cajero_4 = 2.85

Tasa_de_servicio_cajero_5 = 4.73

PREFERENCIAL

Cliente_en_cajero_1(t) = Cliente_en_cajero_1(t - dt) + (Transito_hacia_cajero_1 - Salida_cliente_cajero_1) * dt

INIT Cliente_en_cajero_1 = 0

 COOK TIME = varies

 CAPACITY = 1

FILL TIME = INF

INFLOWS:

Transito_hacia_cajero_1 = Activar_cajero_1

OUTFLOWS:

Salida_cliente_cajero_1 = CONTENTS OF OVEN AFTER COOK TIME, ZERO OTHERWISE

COOK TIME = NORMAL(Tasa_de_servicio_cajero_1,1.58)

Fila_Preferencial(t) = Fila_Preferencial(t - dt) + (hacia_preferencial - Transito_hacia_cajero_1) * dt

INIT Fila_Preferencial = 0

INFLOWS:

hacia_preferencial = IF (Fila_Preferencial < Capacidad_preferencial) THEN (Llegada_clientes - hacia_comun) ELSE (0)

OUTFLOWS:

Transito_hacia_cajero_1 = Activar_cajero_1

Activar_cajero_1 = 1

Capacidad_preferencial = 25

Tasa_de_servicio_cajero_1 = 2.96

Not in a sector

Llegada_clientes = INT(POISSON(Tasa_de_llegada_clientes))

INFLOW TO: Llegadas_Acumuladas (IN SECTOR: COMUN)

Tasa_de_llegada_clientes = 0.709